CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Adresat/Adresaci dokumentu:	Egzaminatorzy egzaminu maturalnego z fizyki
Egzamin:	**Egzamin maturalny**
Przedmiot:	**Fizyka**
Poziom:	**Poziom rozszerzony**
Forma/Formy arkusza:	MFA-R1_1P-203, MFA-R1_2P-203 MFA-R1_3P-203, MFA-R1_4P-203
Termin egzaminu:	Termin dodatkowy – lipiec 2020 r.
Wersja:	1
Data publikacji dokumentu:	14 lipca 2020 r.
Zastrzeżenia:	Materiał wyłącznie do użytku wewnętrznego przez uprawnione osoby.

Warszawa 2020

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Zadanie 1.1. (0–2)

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia przyspieszenia i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
1 p. – wykorzystanie równań ruchu jednostajnie przyspieszonego prostoliniowego, prowadzące do wyznaczenia a na podstawie danych.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Sposób 1.

Zapiszemy wyrażenie na drogę przebytą w czasie od chwili $t_7 = 7$ s do chwili $t_{10} = 10$ s, z wykorzystaniem równań ruchu jednostajnie przyspieszonego prostoliniowego bez prędkości początkowej w chwili zero:

$$\Delta s = s_{10} - s_7 \quad \rightarrow \quad \Delta s = \frac{1}{2}at_{10}^2 - \frac{1}{2}at_7^2 \quad \rightarrow \quad a = \frac{2\Delta s}{t_{10}^2 - t_7^2}$$

Obliczamy wartość przyspieszenia:

$$a = \frac{2 \cdot 45\ \text{m}}{10^2\ \text{s}^2 - 7^2\ \text{s}^2} \approx 1{,}76\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 1{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Sposób 2.

Wykorzystamy równania ruchu, aby wyrazić wzór na drogę Δs w czasie $\Delta t = t_{10} - t_7$:

$$\Delta s = v_7\Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 \qquad v_{10} = v_7 + a\Delta t \quad \rightarrow \quad \Delta s = \frac{v_7 + v_{10}}{2}\Delta t = \frac{at_{10} + at_7}{2}\Delta t$$

Obliczamy wartość przyspieszenia:

$$\Delta s = \frac{at_{10} + at_7}{2}\Delta t \qquad a = \frac{2\Delta s}{(t_{10} + t_7)\Delta t} = \frac{2 \cdot 45\ \text{m}}{(10 + 7) \cdot 3\ \text{s}^2} \approx 1{,}76\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 1{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Sposób 3.

Wykorzystamy związek wynikający ze wzoru na drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym bez prędkości początkowej:

$$\frac{s_i}{s_k} = \frac{t_i^2}{t_k^2} \quad \xrightarrow{k=1,\ i=7\ lub\ i=10} \quad s_7 = 49s_1 \quad s_{10} = 100s_1 \quad \rightarrow \quad \Delta s = 51s_1 = \frac{51at_1^2}{2}$$

$$a = \frac{2\Delta s}{51t_1^2} = \frac{2 \cdot 45\ \text{m}}{51 \cdot 1\ \text{s}^2} \approx 1{,}76\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Zadanie 1.2. (0–2)

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa odpowiedź wynikająca z prawidłowej metody i obliczeń.
1 p. – powiązanie drogi, prędkości końcowej i przyspieszenia w ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym bez prędkości początkowej (co oznacza zapisanie równania $v^2 = 2as$ lub dwóch równań: $s = 1/2at^2$ i $v = at$ – łącznie z poprawną identyfikacją wielkości).
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Powiążemy ze sobą drogę, prędkość końcową i przyspieszenie w ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym bez prędkości początkowej

$$s = \frac{1}{2}at^2 \qquad v = at \quad \rightarrow \quad s = \frac{v^2}{2a}$$

Sposób 1.
Obliczymy drogę, jaką musiałby przebyć samolot do osiągnięcia koniecznej prędkości:

$$s = \frac{80^2\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 1{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 2\,286\ \text{m} \qquad s > 1\,900\ \text{m}$$

Sposób 2.
Obliczymy prędkość, jaką uzyskałby samolot na końcu pasa o długości 1 900 m:

$$v = \sqrt{2as} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{2 \cdot 1{,}4 \cdot 1900}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 73\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 263\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \qquad v < 288\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Samolot nie mógłby wystartować z pasa o długości 1 900 m.

Zadanie 2. (0–3)

Schemat punktowania
3 p. – prawidłowa metoda oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
2 p. – powiązanie wartości siły tarcia statycznego z wartością siły magnetycznej oraz zapisanie I zasady dynamiki (wystarczą zapisy: $T_s = \mu_s F_{mag}$, $Q = T_s$).
1 p. – powiązanie wartości siły tarcia statycznego z wartością siły magnetycznej (wystarczy zapis: $T_s = \mu_s F_{mag}$
lub
– zapisanie I zasady dynamiki (wystarczą zapisy: $Q = T_s$)
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Powiążemy wartość siły tarcia statycznego między magnesem a płytą z wartością siły magnetycznej (powodującej naciskanie wzajemne magnesu i płyty) oraz zapiszemy I zasadę dynamiki:

$$T_s = \mu_s F_{mag} \qquad Q = T_s$$

Z powyższych równań wyznaczmy wartość siły magnetycznej:

$$Q = \mu_s F_{mag} \quad \rightarrow \quad F_{mag} = \frac{Q}{\mu_s} = \frac{mg}{\mu_s} = \frac{3{,}6 \cdot 9{,}81}{0{,}15}\ \text{N} \approx 235\ \text{N}$$

Zadanie 3.1. (0–2)

Schemat punktowania
2 p. – prawidłowa metoda oraz prawidłowy wynik liczbowy.
1 p. – zapisanie warunku równowagi sił (wystarczy zapis $Q \sin\alpha = T_{max}$) oraz zapisanie wzoru na maksymalną wartość siły tarcia (wystarczy zapis $T_{max} = \mu N$).
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Tarcie statyczne osiąga wartość maksymalną, gdy deska tworzy z podłożem kąt $\alpha_1 = 40°$. Zastosujemy wzór na maksymalną wartość siły tarcia statycznego, wzór na wartość N siły nacisku oraz wykorzystamy I zasadę dynamiki Newtona:

$$T_{s\,max} = \mu N \qquad N = Q\cos\alpha_1 \qquad Q\sin\alpha_1 = T_{s\,max}$$

Z powyższych równań obliczamy współczynnik tarcia statycznego:

$$Q \sin \alpha_1 = \mu Q \cos \alpha_1 \qquad \rightarrow \qquad \mu = \frac{\sin \alpha_1}{\cos \alpha_1} = \text{tg}\ \alpha_1 = \text{tg}\ 40° \approx 0{,}84$$

Zadanie 3.2. (0–2)

a) (0–1)

Schemat punktowania

1 p. – prawidłowe wyznaczenie zależności $T(\alpha)$

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Dla kąta α takiego, że $0° < \alpha < 40°$, siła tarcia statycznego nie osiąga jeszcze wartości maksymalnej (więc nie możemy zastosować wzoru na maksymalną wartość tej siły) i cały czas równoważy siłę wypadkową z siły grawitacji i reakcji (równą składowej ciężaru wzdłuż równi):

$$T_s = Q \sin \alpha = mg \sin \alpha$$

b) (0–1)

Schemat punktowania

1 p. – poprawne uzasadnienie.

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Przykładowa odpowiedź

Sposób 1. (powołanie się na wzór)

Ponieważ wyrażenie $\sin \alpha$ jest monotonicznie rosnące w przedziale $0° < \alpha < 90°$, to z tego wynika, że siła tarcia statycznego $T_s(\alpha) = mg \sin \alpha$ rośnie, gdy kąt α rośnie w przedziale $0° < \alpha < 40°$.

Sposób 2. (uzasadnienie słowne)

Tarcie statyczne równoważy składową siły ciężkości w kierunku deski. Ponieważ składowa ta rośnie wraz ze wzrostem kąta nachylenia do podłoża, to i tarcie statyczne rośnie.

Zadanie 3.3. (0–2)

Schemat punktowania

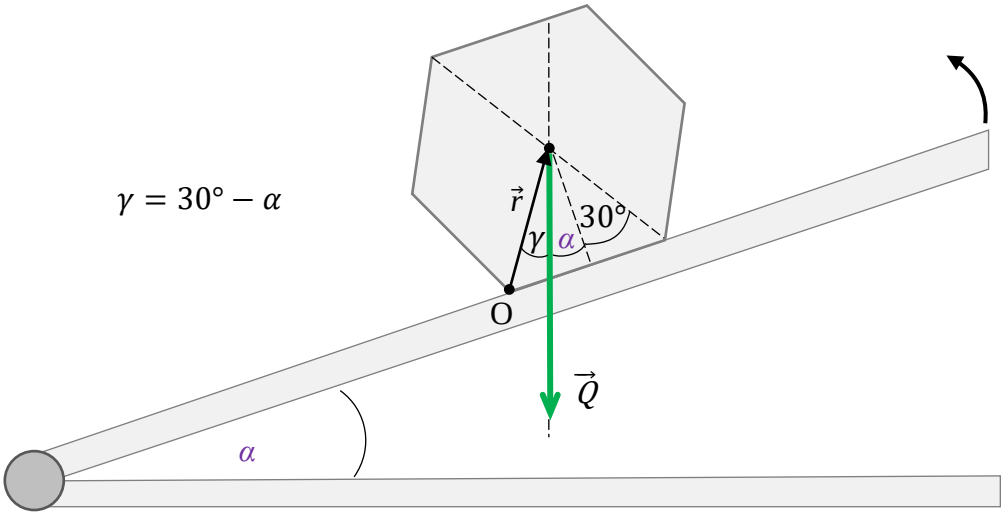
2 p. – prawidłowa metoda oraz prawidłowe wyznaczenie kąta α_2.

1 p. – zauważenie, że hantla zacznie się obracać, gdy moment siły ciężkości względem O zmieni zwrot, albo równoważnie – od momentu, gdy będzie wynosił zero. *Należy uznawać wszelkie równoważne sformułowania: zarówno wyrażone wzorami jak i słownie (np.: hantla się obróci od momentu, gdy kierunek siły ciężkości pokryje się z kierunkiem ramienia tej siły względem O).*

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Hantla zacznie obracać się w chwili, gdy moment siły ciężkości będzie zmieniał znak (zwrot), czyli dokładnie wtedy, gdy będzie wynosił zero. Do tej chwili moment siły ciężkości równoważy się z momentem siły reakcji deski. Na rysunku poniżej oznaczono siłę ciężkości i jej ramię względem osi O (siły reakcji deski i jej ramienia nie oznaczono).



Wartość momentu siły ciężkości względem osi O wyraża się wzorem:

$$M_Q = rQ|\sin(180° - \gamma)| = rQ\sin\gamma = rQ\sin(30° - \alpha)$$

Przyrównamy moment siły ciężkości do zera i wyznaczymy kąt $\alpha = \alpha_2$:

$$M_Q = 0 \quad \rightarrow \quad rQ\sin(30° - \alpha) = 0 \quad \rightarrow \quad \alpha = 30°$$

Zadanie 4. (0–2)

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowe wszystkie odpowiedzi.
1 p. – poprawne zaznaczenia w dwóch lub trzech zdaniach.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawna odpowiedź

1. **F** 2. **P** 3. **P** 4. **P**

Zadanie 5.1. (0–3)

Schemat punktowania

3 p. – prawidłowa metoda obliczenia okresu obiegu stacji dookoła Ziemi oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką (*krok 3.*).
2 p. – doprowadzenie do wyrażenia, z którego można obliczyć okres obiegu stacji dookoła Ziemi na podstawie promienia orbity stacji oraz stałych, łącznie z prawidłowym podstawieniem odpowiednich danych do wzoru (*krok 2.*).
1 p. – zapisanie relacji identyfikującej siłę grawitacji jako siłę dośrodkową, z uwzględnieniem wzorów na te siły (*krok 1.*)
lub
– skorzystanie ze wzoru na prędkość orbitalną, łącznie z zastosowaniem wzoru na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu (*krok 1.*).
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Sposób 1.

Krok 1. Zapiszemy równanie identyfikujące siłę grawitacji jako siłę dośrodkową, łącznie z uwzględnieniem wzorów na te siły:

$$m\frac{v^2}{r} = \frac{GmM}{r^2} \qquad \text{gdzie} \quad v = \frac{2\pi r}{T}$$

Krok 2. Wyprowadzamy wzór pozwalający na obliczenie okresu obiegu stacji dookoła Ziemi oraz podstawiamy do wzoru odpowiednie dane:

$$m\frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{GmM}{r^2} \quad \rightarrow \quad \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{GM}{r^2} \quad \rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

$$T = 6{,}28 \cdot \sqrt{\frac{(3 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6\ \text{m})^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}}$$

Krok 3. Wykonujemy obliczenia:

$$T = 6{,}28 \cdot \sqrt{\frac{(3 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6\ \text{m})^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}} = 6{,}28 \cdot \sqrt{175{,}26 \cdot 10^5\ \frac{\text{m}\cdot\text{kg}}{\text{N}}}$$

$$T = 6{,}28 \cdot \sqrt{1752{,}6 \cdot 10^4\ \frac{\text{m}\cdot\text{kg}}{\text{N}}} \approx 263 \cdot 10^2\ \text{s} \approx 26\,300\ \text{s}$$

Sposób 2.

Krok 1. Zapiszemy równanie identyfikujące siłę grawitacji jako siłę dośrodkową, łącznie z uwzględnieniem wzorów na te siły:

$$m\omega^2 r = \frac{GmM}{r^2} \qquad \text{gdzie} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Krok 2. Wyprowadzamy wzór pozwalający na obliczenie okresu obiegu stacji dookoła Ziemi oraz podstawiamy do wzoru odpowiednie dane.

$$\frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{GM}{r^2} \quad \rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

Wykorzystamy fakt, że:

$$GM_z = gR_Z^2$$

Krok 3. Wykonujemy obliczenia:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{gR_Z^2}} = 2\pi\sqrt{\frac{27R_z}{g}} = 6\pi\sqrt{\frac{3R_z}{g}} \approx 18{,}84 \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6\ \text{m}}{9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} \approx 26{,}3 \cdot 10^3\ \text{s}$$

Zadanie 5.2. (0–1)

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
A

Zadanie 5.3. (0–2)

Schemat punktowania
2 p. – prawidłowa metoda i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
1 p. – przyrównanie energii mechanicznej do zera łącznie z zastosowaniem wzorów na energię kinetyczną i potencjalną
lub
– zastosowanie wzoru na prędkość ucieczki łącznie z prawidłową identyfikacją wielkości.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Skorzystamy z zasady zachowania energii (w punkcie *p* i w nieskończoności) i faktu, że energia mechaniczna w nieskończoności musi być co najmniej zero:

$$E_{mech}(p) = E_{mech\infty} = 0 \quad \rightarrow \quad -\frac{GMm}{r(p)} + \frac{1}{2}mv_u^2(p) = 0 \quad \xrightarrow{r(p)=3R_Z} \quad v_u(p) = \sqrt{\frac{2GM}{3R_Z}}$$

Wykonujemy obliczenia:

$$v_u(p) = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}{6{,}37 \cdot 10^{6}\ \text{m}}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 7{,}91 \cdot 10^{3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 6{,}46 \cdot 10^{3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zadanie 6.1. (0–2)

Schemat punktowania
2 p. – prawidłowe wszystkie odpowiedzi.
1 p. – zaznaczenie odpowiedzi 1. **F**, 2. **P** lub 3. **F**, 4. **F**.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawna odpowiedź
1. **F** 2. **P** 3. **F** 4. **F**

Zadanie 6.2. (0–2)

Schemat punktowania
2 p. – prawidłowa metoda i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
1 p. – prawidłowa metoda oszacowania (lub obliczenia) pracy (szacowanie na podstawie metody pola powierzchni ograniczonej krzywą cyklu lub obliczenie z wykorzystaniem wzoru).
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Sposób 1. (szacowanie pola: przybliżenie krzywej 3–4 dwoma odcinkami prostymi)
Wykorzystamy twierdzenie, zgodnie z którem praca całkowita w cyklu jest równa polu powierzchni figury ograniczonej krzywą *p*(*V*) cyklu. Pole pod izotermą oszacujemy przybliżając krzywą 3–4 dwoma odcinkami prostymi: 3–5 i 5–4, gdzie punkt 5 ma współrzędne ($1{,}4 \cdot 10^5$ Pa; $14 \cdot 10^5$ m^3).

$$W_{calk} = W_{23} + W_{35} + W_{54} - W_{41}$$

$$W_{calk} \approx 2 \cdot 5\ \text{J} + \frac{1}{2} \cdot (2 + 1{,}4) \cdot 4\ \text{J} + \frac{1}{2} \cdot (1{,}4 + 1) \cdot 6\ \text{J} - 1 \cdot 15\ \text{J} \approx 9\ \text{J}$$

Sposób 2. (szacowanie pola: przybliżenie krzywej 3–4 jednym odcinkiem prostym)
Wykorzystamy twierdzenie, zgodnie z którem praca całkowita w cyklu jest równa polu powierzchni figury ograniczonej krzywą *p*(*V*) cyklu. Pole pod izotermą oszacujemy z nadmiarem przybliżając krzywą 3–4 jednym odcinkiem prostym.

$$W_{calk} = W_{23} + W_{34} - W_{41}$$

$$W_{calk} \approx 2 \cdot 5\ \text{J} + \frac{1}{2} \cdot (2+1) \cdot 10\ \text{J} - 1 \cdot 15\ \text{J} \approx 10\ \text{J}$$

Sposób 3. (z wykorzystaniem wzoru)
Wykorzystamy wzór na ciepło pobrane w przemianie izotermicznej.

$$W_{calk} = W_{23} + W_{34} - W_{41} = W_{34} - 5\ \text{J}$$

Obliczamy W_{34} ze wzoru na ciepło pobrane w przemianie izotermicznej

$$W_{34} = nRT_3 \ln\frac{V_4}{V_3} \xrightarrow{\text{równanie stanu}} W_{34} = p_3V_3 \ln\frac{V_4}{V_3} = 2 \cdot 10 \cdot \ln\frac{20}{10}\ \text{J} \approx 13{,}9\ \text{J}$$

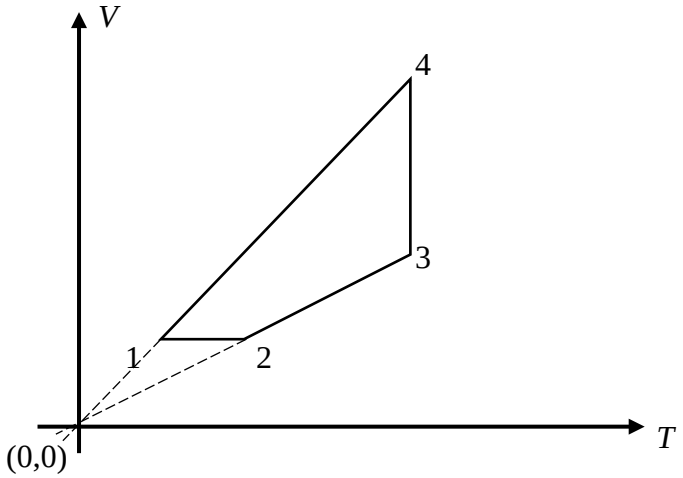
Obliczamy pracę całkowitą w cyklu

$$W_{calk} = 13{,}9\ \text{J} - 5\ \text{J} = 8{,}9\ \text{J}$$

Zadanie 6.3. (0–2)

Schemat punktowania
2 p. – prawidłowo narysowany i oznaczony cykl.
1 p. – prawidłowo narysowane i oznaczone obie izobary 4–1 i 2–3 (muszą się przedłużać do punktu (0;0)) oraz prawidłowy kierunek cyklu, a stan 1 oznaczony najbliżej punktu (0;0)
lub
– prawidłowo narysowane izochora 1–2 i izoterma 3–4 oraz prawidłowy kierunek cyklu, a stan 1 oznaczony najbliżej do punktu (0;0).
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie



Zadanie 6.4. (0–3)

Schemat punktowania

3 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia ciepła (lub jego wartości bezwzględnej) oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką (*krok 3.*).

2 p. – prawidłowe wykonanie *kroku 1.a.* oraz *kroku 1.b.* łącznie z identyfikacją ciepła molowego przy stałym ciśnieniu jako: $c_p = c_V + R$ (*krok 2.*).

1 p. – prawidłowe zapisanie wzoru na ciepło w przemianie izobarycznej z użyciem ciepła molowego przy stałym ciśnieniu oraz odpowiedniej różnicy temperatur ΔT_{41} (*krok 1.a.*)
lub
– skorzystanie z równania stanu gazu doskonałego w celu wyznaczenia ΔT_{41} i doprowadzenie do wyrażenia równoważnego wyrażeniu $p\Delta V_{41} = nR\Delta T_{41}$ (*krok 1.b.*).

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Krok 1.a.

Zapiszemy wzór na ciepło w przemianie izobarycznej:

$$Q_{41} = nc_p\Delta T_{41}$$

Krok 1.b.

Skorzystamy z równania stanu gazu doskonałego dla $p = p_{14}$, w celu wyznaczenia ΔT_{41}:

$$pV = nRT \quad \rightarrow \quad p_{14}\Delta V_{14} = nR\Delta T_{14} \quad \rightarrow \quad \frac{p_{14}\Delta V_{14}}{R} = n\Delta T_{14}$$

Krok 2.

Zapiszemy wzór na ciepło korzystając z kroków 1.a. i 1.b. z wykorzystaniem wzoru na ciepło molowe przy stałym ciśnieniu:

$$Q_{41} = \frac{c_p}{R}p_{14}\Delta V_{14} = \frac{(c_V + R)}{R}p_{14}\Delta V_{14}$$

Krok 3.

Wykonujemy obliczenia:

$$Q_{41} = \frac{(20{,}8 + 8{,}31)}{8{,}31} \cdot 1 \cdot 15\ \text{J} \approx 52{,}5\ \text{J}$$

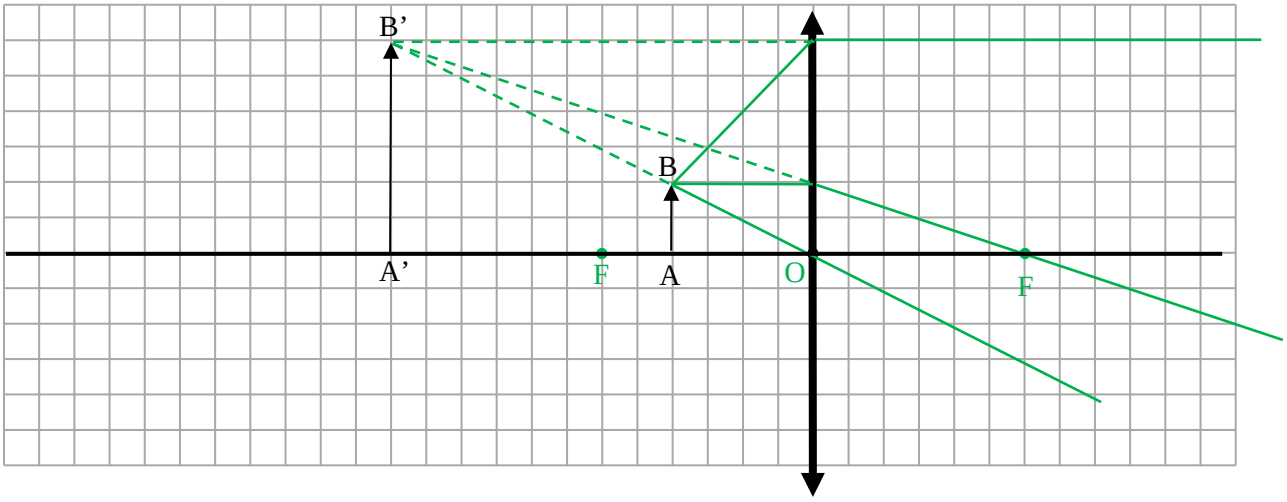
Zadanie 7.1. (0–2)

2 p. – prawidłowa konstrukcja i wyznaczenie (i podpisanie) położenia soczewki oraz ogniska za pomocą promieni charakterystycznych.

1 p. – prawidłowa konstrukcja i wyznaczenie położenia soczewki za pomocą jednego z promieni charakterystycznych (dolnego lub górnego)
lub
– prawidłowa konstrukcja i wyznaczenie (bez podpisania) położenia soczewki oraz ogniska za pomocą promieni charakterystycznych.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawne rozwiązanie



Zadanie 7.2. (0–2)

2 p. – prawidłowa metoda oraz prawidłowe obliczenie wartości *x*, *y*, *f* (lub wyznaczenie za pomocą konstrukcji).
1 p. – zapisanie równania soczewki z prawidłowym uwzględnieniem znaków oraz zapisanie obu warunków na iloraz i sumę *x*, *y*.
lub
– wyznaczenie prawidłowych wartości *x* oraz *y* z warunków zadania 7.2.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Sposób 1.

Skorzystamy z równania soczewki z uwzględnieniem informacji o powiększeniu i wzajemnej odległości przedmiotu od jego obrazu:

$$\frac{1}{|x|}+\frac{1}{|y|}=\frac{1}{|f|} \qquad p=\left|\frac{A''B''}{AB}\right|=\left|\frac{y}{x}\right|=3 \qquad |x+y|=32$$

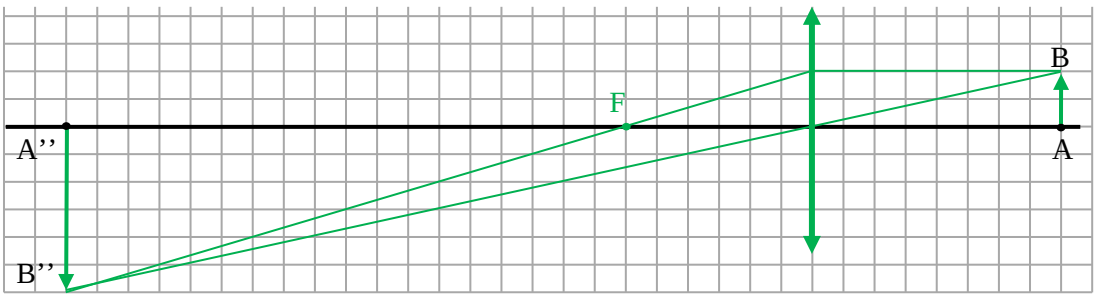
Z ostatnich dwóch równań można wyznaczymy *y* oraz *x*. W naszej konwencji *x*, *y* są dodatnie, zatem:

$$\begin{cases} x+y=32 \\ \dfrac{y}{x}=3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x=32 \\ y=3x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=8\ \text{cm} \\ y=24\ \text{cm} \end{cases}$$

Obliczymy ogniskową soczewki korzystając z równania soczewki:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y} \rightarrow \frac{1}{f}=\frac{1}{8\ \text{cm}}+\frac{1}{24\ \text{cm}}=\frac{3}{24\ \text{cm}}+\frac{1}{24\ \text{cm}}=\frac{4}{24\ \text{cm}}=\frac{1}{6\ \text{cm}} \rightarrow f=6\ \text{cm}$$

Sposób 2. (rozwiązanie konstrukcyjne)



Zadanie 8. (0–4)

Schemat punktowania
4 p. – prawidłowe wykonanie *kroku 4*.
3 p. – prawidłowe wykonanie *kroku 3*.
2 p. – prawidłowe wykonanie *kroku 2*.
1 p. – prawidłowe wykonanie *kroku 1*.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Wprowadzimy oznaczenia: R_{Z1} – opór zastępczy całego obwodu, R_{Z2} – opór dużego oczka w obwodzie, R_{Z3} – opór zastępczy dolnej części oczka (bez amperomierza), R_{Z4} – opór zastępczy najmniejszego oczka.

Krok 1. Obliczymy opór zastępczy całego obwodu:

$$\frac{1}{R_{Z4}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{2}{R} \quad \rightarrow \quad R_{Z4} = \frac{R}{2} \qquad R_{Z3} = R + \frac{R}{2} = \frac{3}{2}R$$

$$\frac{1}{R_{Z2}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{3}{2}R} = \frac{1}{R} + \frac{2}{3R} = \frac{5}{3R} \quad \rightarrow \quad R_{Z2} = \frac{3}{5}R$$

$$R_{Z1} = r + \frac{3}{5}R = \left(2 + \frac{3}{5} \cdot 6\right)\ \Omega = 5{,}6\ \Omega$$

Krok 2. Obliczymy natężenie prądu I_1 w obwodzie. W tym celu skorzystamy z II prawa Kirchhoffa:

$$U_{SEM} = I_1 R_{Z1} \quad \rightarrow \quad I = \frac{U_{SEM}}{R_{Z1}} = \frac{12\ \text{V}}{5{,}6\ \Omega} = 2{,}14\ \text{A}$$

Krok 3. Obliczymy napięcie U_2 pomiędzy węzłami dużego oczka (a więc także na oporze R w górnej części oczka). Korzystamy ze związku napięcia z natężeniem prądu przepływającego przez opór zastępczy oczka:

$$U_2 = I_1 R_{Z2} \quad \rightarrow \quad U_2 = 2{,}14\ \text{A} \cdot \frac{3}{5} 6\ \Omega = 7{,}7\ \text{V}$$

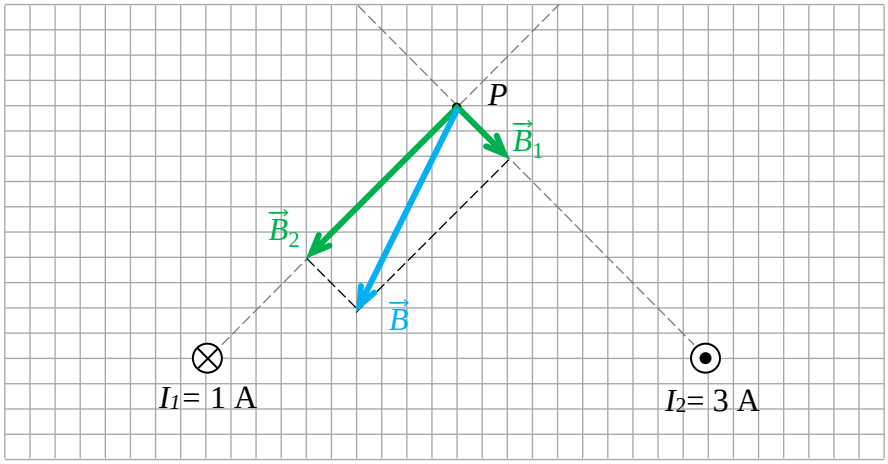
Krok 4. Obliczamy natężenie prądu przepływającego przez opornik R (obok amperomierza)

$$U_2 = I_A R \quad \rightarrow \quad I_A = \frac{U_2}{R} = \frac{7{,}7\ \text{V}}{6\ \Omega} \approx 1{,}3\ \text{A}$$

Zadanie 9.1. (0–2)

2 p. – prawidłowe wyznaczenie i opisanie wszystkich wektorów: $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$, $\vec{B}$.
1 p. – prawidłowe wyznaczenie i opisanie obu wektorów indukcji magnetycznej $\vec{B}_1$ oraz $\vec{B}_2$ (prawidłowe kierunki, zwroty i wartości w stosunku 1:3)
lub
– wyznaczenie obu wektorów indukcji magnetycznej $\vec{B}_1$ oraz $\vec{B}_2$ wzdłuż oznaczonych linii prostopadłych, ale z błędem (pomyleniem zwrotów lub bez zachowania proporcji) oraz konsekwentne (tzn. zgodne z narysowanymi wektorami) wyznaczenie wypadkowego wektora indukcji magnetycznej
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawne rozwiązanie



Zadanie 9.2. (0–3)

3 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia d_1 oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką, łącznie z zaznaczeniem punktu *Z* po lewej stronie I_1.

2 p. – prawidłowe wykonanie *kroku 1.a.* oraz *kroku 1.b* oraz doprowadzenie do wyrażenia wiążącego odległości od punktu Z do przewodnika I_1 oraz I_2.

1 p. – skorzystanie z warunku $B_1(Z) = B_2(Z)$ łącznie z identyfikacją, że punkt *Z* leży na prostej, po lewej stronie odcinka łączącego przewodniki – równoważnie: stwierdzenie, że zwroty wektorów są przeciwne i równe w punkcie leżącym na prostej po lewej stronie odcinka łączącego przewodniki (*krok 1.a.*)
lub
– wykorzystanie wzoru $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$ do obliczenia wartości B_1 i B_2 łącznie z prawidłową identyfikacją danych (*krok 1.b.).*

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Krok 1.a. Wypadkowy wektor indukcji magnetycznej wynosi zero, gdy

$$\vec{B}_1(Z) = -\vec{B}_2(Z)$$

To jest możliwe, gdy Z leży na prostej, po lewej stronie odcinka łączącego przewodniki.

Krok 1.b. Korzystamy ze wzoru na indukcję magnetyczną długiego, prostoliniowego przewodnika z prądem:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} \qquad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}$$

Łączymy związki zapisane w *kroku 1.* i *kroku 2.*

$$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2} \quad \rightarrow \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{d_1}{d_2} \quad \rightarrow \quad d_1 = \frac{d_2}{3}$$

Obliczamy d_1:

$$d_1 = \frac{d + d_1}{3} \quad \rightarrow \quad d_1 = \frac{d}{2} = 20\ \text{cm}$$

Zadanie 10.1. (0–3)

3 p. – prawidłowa metoda oraz prawidłowy wynik podany w jednostkach mAh oraz C.
2 p. – prawidłowa metoda oraz prawidłowy wynik podany w jednostkach mAh albo C
lub
– prawidłowa metoda oraz wynik obliczeń z błędem rachunkowym podany w jednostkach mAh oraz C.
1 p. – zastosowanie poprawnej metody obliczenia przepływającego ładunku elektrycznego w czasie 30 minut
lub
– prawidłowe obliczenie ładunku przepływającego w jednym cyklu zmian natężenia prądu.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Na początek obliczymy ładunek, jaki przepłynie w ciągu 10 s (ładunek ten jest równy polu pod wykresem *I*(*t*) w jednym cyklu zmian natężenia prądu):

$$Q_{10} = 850\ \text{mA} \cdot (2\ \text{s} + 4\ \text{s}) = 5100\ \text{mC} = 5{,}1\ \text{C}$$

W czasie 30 minut (1 800 s) cykl zmian natężenia prądu powtórzy się 180 razy. Zatem ładunek jaki przepłynie w czasie 30 minut wynosi:

$$Q_{1800} = 180 \cdot 5{,}1\ \text{C} = 918\ \text{C}$$

Wynik zapiszemy w miliamperogodzinach:

$$Q_{1800} = 180 \cdot 5100\ \text{mA·s} = \frac{180 \cdot 5100}{3600}\ \text{mA·h} = 255\ \text{mA·h}$$

Zadanie 10.2. (0–3)

3 p. – prawidłowa metoda oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
2 p. – prawidłowe wykonanie *kroku 1.a.* oraz *kroku 1.b.* oraz zapisanie równania, prowadzącego wprost do wyznaczenia natężenia skutecznego prądu.
1 p. – prawidłowe zapisanie wzoru na pracę prądu płynącego przez ładowarkę w jednym cyklu, z uwzględnieniem tego, że $\Delta t = 0{,}6T$ (*krok 1.a.*)
lub
– prawidłowe zapisanie wzoru na pracę z wykorzystaniem definicji skutecznego natężenia prądu (*krok 1.b.*).
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Wykorzystamy wzór na pracę *W* prądu stałego o natężeniu *I* przepływającego przez opornik *R* w czasie *t*:

$$W = Pt = UIt = I^2Rt$$

Krok 1.a. Zmienny prąd płynący przez ładowarkę w czasie jednego cyklu jest etapami stały – łącznie jest stały przez $\Delta t = 0{,}6T$. Zapiszemy wzór na pracę prądu płynącego przez ładowarkę w jednym cyklu:

$$W = I^2R \cdot 0{,}6T$$

Krok 1.b. Wykorzystamy definicję natężenia prądu skutecznego:

$$W = UI_{sk}T = I_{sk}^2RT$$

Krok 2. Obliczamy natężenie skuteczne prądu:

$$I^2R \cdot 0{,}6T = I_{sk}^2RT \quad \rightarrow \quad 0{,}6I^2 = I_{sk}^2 \quad \rightarrow \quad I_{sk} = \sqrt{0{,}6}\,I \approx 0{,}77 \cdot 850\ \text{mA} \approx 660\ \text{mA}$$

Zadanie 11.1. (0–2)

Schemat punktowania
2 p. – prawidłowe wszystkie odpowiedzi.
1 p. – zaznaczenie odpowiedzi 1. **P**, 2. **F** lub 3. **P**, 4. **F**.
1 p. – poprawne zaznaczenia w dwóch lub trzech zdaniach.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawna odpowiedź
1. **P** 2. **F** 3. **P** 4. **F**

Zadanie 11.2. (0–2)

Schemat punktowania
2 p. – prawidłowe podkreślenia w obu zdaniach i prawidłowe oba uzasadnienia.
1 p. – prawidłowe podkreślenie w jednym zdaniu i prawidłowe uzasadnienie w tym zdaniu.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawna odpowiedź
1. Na podstawie analizy obu wykresów można stwierdzić, że spośród planet 1. i 2. większą z nich jest (*planeta 1.* / *planeta 2.*).

   Uzasadnienie: *Spadek rejestrowanej jasności jest większy przy tranzycie planety 1., co oznacza, że planeta 1. bardziej zasłania gwiazdę, czyli jest większa.*

2. Na podstawie analizy obu wykresów można stwierdzić, że spośród planet 1. i 2. dalej od gwiazdy krąży (*planeta 1.* / *planeta 2.*).

   Uzasadnienie: *Czas w ciągu którego rejestrowana jasność była niższa, jest większy przy tranzycie planety 2., co oznacza, że prędkość orbitalna planety 2. jest mniejsza – czyli planeta 2. jest dalej od gwiazdy.*

Zadanie 12.1. (0–2)

2 p. – prawidłowe wyrażenie jednostki Th oraz jej wartości w jednostkach podstawowych układu SI.
1 p. – prawidłowe wyrażenie jednostki Th poprzez jednostki podstawowe układu SI.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

$$1\ \mathrm{Th} = \frac{1\ \mathrm{u}}{1\ \mathrm{e}} \approx \frac{1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}}{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}} \approx 1{,}04 \cdot 10^{-8}\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{A{\cdot}s}}$$

Zadanie 12.2. (0–3)

3 p. – prawidłowa metoda oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
2 p. – doprowadzenie do wyrażenia $\frac{m}{q} = \frac{2U\Delta t^2}{L^2}$ lub równoważnych wyrażeń: $\frac{m}{q} = \frac{2U}{v^2}$, $v = \frac{L}{\Delta t}$.
1 p. – zapisanie wyrażenia wiążącego zmianę energii kinetycznej jonu z pracą sił pola elektrycznego łącznie z zastosowaniem wzorów na energię kinetyczną i pracę w polu elektrycznym
lub
– prawidłowe obliczenie wartości prędkości jonu w komorze analizatora.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Zapiszemy związek między energią kinetyczną, którą uzyskał jon w polu elektrycznym, a pracą sił elektrycznych działających na elektron – łącznie z zastosowaniem wzoru na energię kinetyczną i pracę w polu elektrycznym. Początkowa energia kinetyczna jonu wynosiła zero, zatem:

$$\Delta E_{kin} = W_E \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m \cdot 0^2 = qU \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 = qU$$

Prędkość końcowa jonu uzyskana w wyniku przyspieszenia jest równa prędkości jonu w komorze analizatora:

$$v = \frac{L}{\Delta t}$$

Obliczamy *m*/*q*:

$$\frac{1}{2}mv^2 = qU \quad \rightarrow \quad \frac{m}{q} = \frac{2U}{v^2} \quad \rightarrow \quad \frac{m}{q} = \frac{2U\Delta t^2}{L^2}$$

$$\frac{m}{q} = \frac{2U\Delta t^2}{L^2} \quad \rightarrow \quad \frac{m}{q} = \frac{2 \cdot 1{,}2 \cdot 10^4\ \mathrm{V} \cdot (9{,}4 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{s})^2}{1{,}5^2\ \mathrm{m}^2} \approx 94{,}25 \cdot 10^{-8}\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{C}} \approx 90{,}4\ \mathrm{Th}$$

Zadanie 12.3. (0–2)

2 p. – poprawne wpisy w tabeli (odpowiedzi i obliczenia) dla wszystkich par jonów.
1 p. – poprawne wpisy w tabeli (odpowiedzi i obliczenia) dla dwóch par jonów.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawne rozwiązanie

m_1	m_2	Obliczenia	Spektrometr rozróżnia jony	Spektrometr nie rozróżnia jonów
996 u	999 u	$\frac{996}{999-996} = 332 > R$		**X**
950 u	954 u	$\frac{996}{1000-996} = 237{,}5 < R$	**X**	
999 u	1004 u	$\frac{999}{1004-999} = 199{,}8 < R$	**X**	
1000 u	1003 u	$\frac{1000}{1003-1000} = 333{,}(3) > R$		**X**