CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin maturalny**
Przedmiot:	**Fizyka**
Poziom:	**Poziom rozszerzony**
Formy arkusza:	EFAP-R0-100-2106, EFAP-R0-200-2106
Termin egzaminu:	15 czerwca 2021 r.
Data publikacji dokumentu:	21 maja 2021 r.

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Zadanie 1.1. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – prawidłowa metoda obliczenia czasu ruchu oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

1 pkt – wyodrębnienie pionowej składowej ruchu i zapisanie prawidłowej zależności wiążącej drogę/wysokość (lub położenie) z czasem spadku swobodnego pionowego bez prędkości początkowej.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Czas trwania rzutu poziomego z wysokości h jest taki, jak czas t_s trwania pionowego spadku swobodnego z wysokości h (ponieważ rzut poziomy jest złożeniem dwóch ruchów: spadku swobodnego w kierunku pionowym oraz ruchu jednostajnego prostoliniowego w kierunku poziomym). Z wykresu odczytujemy, że wysokość rzutu wynosi $h = 20\ \mathrm{m}$.

Korzystamy ze związku pomiędzy drogą a czasem spadania w pionowym spadku swobodnym bez prędkości początkowej:

$$h = \frac{1}{2} g t_s^2 \quad \rightarrow \quad t_s = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t_s = \sqrt{\frac{2 \cdot 20\ \mathrm{m}}{9{,}81\ \mathrm{m/s^2}}} \approx 2{,}02\ \mathrm{s}$$

Zadanie 1.2. (0–4)

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia równania toru ruchu, z wykorzystaniem prawidłowych równań ruchu dla rzutu poziomego oraz otrzymanie poprawnej postaci równania toru

LUB

– poprawne udowodnienie, że torem ruchu jest fragment paraboli (tzn. wyprowadzenie równania $y(x) = h - \frac{g}{2v_x^2} \cdot x^2$ z równań ruchu rzutu poziomego) oraz wyznaczenie współczynników równania paraboli z postaci iloczynowej (lub kanonicznej lub ogólnej).

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia równania toru ruchu, z wykorzystaniem prawidłowych równań ruchu dla rzutu poziomego (dla poziomej i pionowej składowej ruchu) oraz związku między zasięgiem rzutu a prędkością początkową i wysokością, oraz otrzymanie równania:

$$y(x) = h - \frac{h}{x_{max}^2} \cdot x^2$$

LUB

– poprawna metoda wyprowadzenia równania toru ruchu, z wykorzystaniem prawidłowych równań ruchu dla rzutu poziomego (dla poziomej i pionowej składowej ruchu), otrzymanie równania $y(x) = h - \frac{g}{2v_x^2} \cdot x^2$ oraz wyznaczenie prędkości początkowej w zależności od zasięgu rzutu oraz wysokości początkowej.

2 pkt – zapisanie poprawnych równań ruchu rzutu poziomego (dla poziomej i pionowej składowej ruchu): $x(t) = v_x t$ oraz $y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$ oraz zapisanie związku między zasięgiem rzutu a wysokością i prędkością początkową
LUB
– założenie (bez dowodu opartego na równaniach ruchu), że torem ruchu jest fragment paraboli oraz poprawne wyprowadzenie wzoru toru ruchu z postaci iloczynowej (lub kanonicznej lub ogólnej) równania paraboli
LUB
– zapisanie prawidłowych równań ruchu dla rzutu poziomego (dla poziomej i pionowej składowej ruchu) oraz otrzymanie równania paraboli: $y(x) = h - \frac{g}{2v_x^2} \cdot x^2$.

1 pkt – zapisanie poprawnych równań ruchu rzutu poziomego (dla poziomej i pionowej składowej ruchu): $x(t) = v_x t$ oraz $y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$
LUB
– poprawne obliczenie wartości prędkości początkowej rzutu poziomego:
$v_x = x_{max}\sqrt{\frac{g}{2h}} \approx 19{,}8\ \mathrm{m/s}$

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Rzut poziomy jest złożeniem dwóch ruchów: spadku swobodnego w kierunku pionowym oraz ruchu jednostajnego prostoliniowego w kierunku poziomym. Zapiszemy zależność położenia od czasu $y(t)$ dla składowej pionowej ruchu:

$$y(t) = h - s_y(t)$$

gdzie h jest wysokością, z jakiej rozpoczyna się rzut, a $s_y(t)$ jest drogą przebytą w kierunku pionowym od chwili $t = 0$. Skorzystamy ze wzoru na drogę $s_y(t)$ w ruchu przyśpieszonym:

$$y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$$

Zapiszemy zależność położenia od czasu $x(t)$ dla składowej poziomej ruchu:

$$x(t) = v_x t$$

gdzie v_x jest wartością prędkości początkowej – jednocześnie wartością składowej prędkości w kierunku poziomym. Z powyższych równań wyznaczymy zależność $y(x)$:

$$\begin{cases} y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2 \\ x(t) = v_x t \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} y(t(x)) = y(x) = h - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_x}\right)^2 \\ t(x) = \frac{x}{v_x} \end{cases}$$

$$y(x) = h - \frac{g}{2v_x^2} \cdot x^2$$

Żeby otrzymać zależność $y(x)$, wyrażoną poprzez zasięg rzutu i wysokość początkową, wyznaczymy wartość składowej v_x poprzez zasięg i wysokość. Skorzystamy ze związku między zasięgiem x_{max} a wysokością h rzutu poziomego i prędkością początkową v_x:

$$x_{max} = v_x t = v_x \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad \rightarrow \qquad v_x = x_{max}\sqrt{\frac{g}{2h}}$$

Zatem:

$$y(x) = h - \frac{g}{2\left(x_{max}\sqrt{\frac{g}{2h}}\right)^2} \cdot x^2$$

$$y(x) = h - \frac{h}{x_{max}^2} \cdot x^2 = -\frac{h}{x_{max}^2} \cdot x^2 + h$$

Do powyższego równania podstawimy dane odczytane z wykresu (wyrażone w metrach):

$$y(x) = -\frac{20}{40^2} \cdot x^2 + 20 = -0{,}0125 \cdot x^2 + 20$$

Zadanie 1.3. (0–1)

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne narysowanie wektora siły działającej w punkcie A oraz poprawne zapisanie nazwy tej siły.

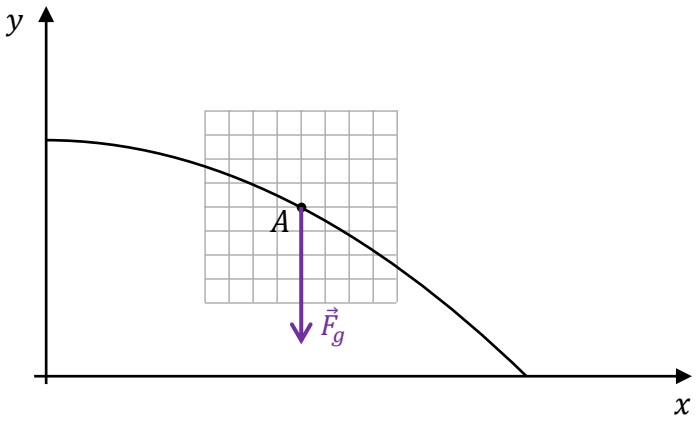
0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawne rozwiązanie

Nazwa siły:

$\vec{F}_g$ – siła grawitacji

.....



Zadanie 2.1. (0–1)

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.
0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

C

Zadanie 2.2. (0–3)

Zasady oceniania

3 pkt – poprawne zastosowanie zasady zachowania energii mechanicznej, prawidłowe obliczenia oraz prawidłowy wynik podany z jednostką.
2 pkt – poprawne zapisanie zasady zachowania energii mechanicznej łącznie z poprawnym zastosowaniem wzorów na energie potencjalne w chwili początkowej oraz wzorów na energie potencjalne i kinetyczne w sytuacji, gdy pręt przechodzi przez położenie pionowe (wystarczy zapis: $m_1 g\frac{l}{2} + m_2 g\frac{l}{2} = \frac{m_1 v_{max}^2}{2} + \frac{m_2 v_{max}^2}{2} + m_2 gl$).
1 pkt – zastosowanie zasady zachowania energii mechanicznej oraz określenie (może być opis słowny) energii mechanicznej układu w chwili początkowej jako energii potencjalnej oraz energii układu gdy pręt przechodzi przez położenie pionowe jako sumy energii potencjalnej i kinetycznej (wystarczy zapis $E_{pot1} = E_{pot2} + E_{kin2}$, bez wzorów na energie kinetyczne i potencjalne).
0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Skorzystamy z zasady zachowania energii mechanicznej. Energia układu w chwili początkowej (jak na rysunku 1.) jest równa energii mechanicznej układu, gdy pręt przechodzi przez pozycję pionową (jak na rysunku 2.):

$$E_1 = E_2$$

W chwili początkowej układ ma energię potencjalną. Gdy pręt przechodzi przez położenie pionowe, to układ ma energię kinetyczną i potencjalną. Zero energii potencjalnej przyjmiemy na poziomie, na którym znajduje się ciężarek o masie m_1 w drugiej sytuacji (rysunek 2.). Ponieważ masę pręta pomijamy, to:

$$m_1 g\frac{l}{2} + m_2 g\frac{l}{2} = \frac{m_1 v_{max}^2}{2} + \frac{m_2 v_{max}^2}{2} + m_2 gl$$

$$m_1 g\frac{l}{2} - m_2 g\frac{l}{2} = \frac{v_{max}^2}{2}(m_1 + m_2) \quad \rightarrow \quad gl(m_1 - m_2) = v_{max}^2(m_1 + m_2)$$

$$v_{max} = \sqrt{gl \cdot \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)}} \quad \rightarrow \quad v_{max} = \sqrt{9{,}8 \cdot 0{,}5 \cdot \frac{0{,}15}{0{,}25}}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1{,}7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zadanie 3.1. (0–1)

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.
0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

B

Zadanie 3.2. (0–3)

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia okresu obrotu planety wokół własnej osi oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
2 pkt – zapisanie prawidłowych związków między przyśpieszeniem grawitacyjnym ciała a przyśpieszeniami na biegunie i równiku, uwzględnienie warunku zadania oraz wykorzystanie wzorów na przyśpieszenie odśrodkowe i prędkość kątową albo liniową (np. zapisy: $a_b = 1{,}2 \cdot (a_b - \omega^2 R)$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ lub równoważne).
1 pkt – zapisanie prawidłowych związków między przyśpieszeniem grawitacyjnym ciała a przyśpieszeniami na biegunie i równiku (wystarczy zapis: $a_b = a_g$ oraz $a_r = a_g - a_{od}$).
0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Układ odniesienia związany z obracającą się planetą, w którym określamy przyśpieszenia ciał, jest układem nieinercjalnym. W związku z tym na biegunie planety należy uwzględnić efekt związany z obrotem (tzw. „siłę” odśrodkową):

$$a_r = a_g - \omega^2 r$$

gdzie a_g jest przyśpieszeniem grawitacyjnym (tzn. wynikającym tylko z prawa powszechnego ciążenia). Ponieważ na biegunie planety ciało spada wzdłuż osi obrotu planety, to nie występuje efekt związany z obrotem planety, zatem:

$$a_b = a_g$$

Z warunków zadania wynika, że:

$$a_b = 1{,}2 \cdot a_r$$

zatem

$$a_b = 1{,}2 \cdot (a_b - \omega^2 R)$$

$$1{,}2 \cdot \omega^2 R = 0{,}2 \cdot a_b \quad \rightarrow \quad \omega^2 = \frac{a_b}{6R}$$

Wykorzystamy związek między prędkością kątową a okresem obrotu:

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{a_b}{6R} \qquad \rightarrow \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{6R}{a_b}}$$

$$T \approx 6{,}28 \cdot \sqrt{\frac{6 \cdot 6 \cdot 10^6\ \mathrm{m}}{3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} \approx 21{,}8 \cdot 10^3\ \mathrm{s}.$$

Zadanie 4.1. (0–1)

Zasady oceniania
1 pkt – poprawna odpowiedź.
0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
1. **P** 2. **F** 3. **P**

Zadanie 4.2. (0–3)

Zasady oceniania
3 pkt – zapisanie poprawnych wartości trzech parametrów.
2 pkt – zapisanie poprawnych wartości (z jednostkami) tylko dwóch parametrów.
1 pkt – zapisanie poprawnej wartości (z jednostką) tylko jednego parametru.
0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawne rozwiązanie

$f = 1{,}25\ \text{Hz}$

$A = 0{,}032\ \text{m}$

$v_{max} = 0{,}25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Zadanie 4.3. (0–3)

Zasady oceniania
3 pkt – poprawna metoda obliczenia maksymalnej wartości siły sprężystości oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
2 pkt – wyprowadzenie zależności (z drugiej zasady dynamiki): $ma_{max} = F_{smax} - mg$ lub równoważne zapisy (na symbolach lub symbolach i wartościach liczbowych).
1 pkt – zapisanie równania drugiej zasady dynamiki: $ma_{max} = F_{wyp\,max}$
LUB
– zapisanie równania na wartość siły wypadkowej przy maksymalnej wartości siły sprężystości: $F_{wyp\,max} = F_{s\,max} - F_g$.
0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Największa wartość siły sprężystości jest w chwilach, gdy ciężarek znajduje się w najniższym punkcie podczas ruchu. Wtedy ciężarek osiąga także największe przyśpieszenie. Zapiszemy równanie drugiej zasady dynamiki (konwencja znaków: gdy zwrot wektora jest w górę, to jego współrzędna pionowa jest dodatnia, gdy zwrot wektora jest w dół, to jego współrzędna jest ujemna):

$$ma_{max} = F_{smax} - F_g$$

$$ma_{max} = F_{smax} - mg$$

$$F_{smax} = ma_{max} + mg = m(a_{max} + g)$$

$$F_{smax} = 0{,}05 \cdot (2 + 9{,}8)\ \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0{,}59\ \text{N}$$

Zadanie 4.4. (0–1)

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

D

Zadanie 5. (0–4)

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia pracy siły ciągu oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

3 pkt – poprawne wyprowadzenie wyrażenia na pracę siły ciągu: $W_{F_c} = \frac{GMm}{2}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$ oraz zapisanie związku między masą planety, jej promieniem a przyśpieszeniem grawitacyjnym na powierzchni planety: $g_p = \frac{GM}{R^2}$

LUB

– poprawne wyprowadzenie wyrażenia na pracę siły ciągu za pomocą wielkości danych w zadaniu: $W_{F_c} = \frac{mg_pR^2}{2}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$.

2 pkt – zapisanie pracy siły ciągu jako różnicy energii mechanicznych oraz zapisanie energii mechanicznej jako sumę energii kinetycznej i potencjalnej grawitacji oraz identyfikacja siły grawitacji jako siły dośrodkowej (lub zapisanie wzoru na prędkość orbitalną)

LUB

– zapisanie pracy siły ciągu jako różnicy energii mechanicznych oraz zapisanie energii mechanicznej jako sumę energii kinetycznej i potencjalnej grawitacji oraz zapisanie związku między masą planety, jej promieniem a przyśpieszeniem grawitacyjnym na powierzchni planety

LUB

– poprawne wyprowadzenie związku: $W_{F_c} = \frac{GMm}{2}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$

1 pkt – zapisanie pracy siły ciągu jako różnicy energii mechanicznych oraz zapisanie energii mechanicznej jako sumę energii kinetycznej i potencjalnej grawitacji

LUB

– zapisanie energii mechanicznej jako sumę energii kinetycznej i potencjalnej grawitacji oraz identyfikacja siły grawitacji jako siły dośrodkowej.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Praca, jaką wykonała siła ciągu silników podczas przemieszczania sondy z jednej orbity na drugą, jest równa różnicy energii mechanicznych, jakie ma sonda, gdy porusza się swobodnie po tych orbitach:

$$W_{F_c} = E_2 - E_1$$

Wyprowadzimy wyrażenie na energię mechaniczną, gdy sonda porusza się swobodnie z prędkością v po orbicie kołowej, w ogólności o promieniu r (tutaj r_1 lub r_2). Energia mechaniczna jest równa sumie energii kinetycznej i potencjalnej:

$$E = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2}mv^2 + \left(-\frac{GMm}{r}\right)$$

Ponadto siła grawitacji pełni rolę siły dośrodkowej:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \quad \rightarrow \quad mv^2 = \frac{GMm}{r}$$

Powyższy związek podstawimy do wzoru na energię mechaniczną:

$$E = \frac{1}{2}\frac{GMm}{r} - \frac{GMm}{r} = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r}$$

Otrzymany wzór wykorzystamy do obliczenia pracy siły ciągu:

$$W_{F_c} = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r_2} - \left(-\frac{1}{2}\frac{GMm}{r_1}\right) = \frac{GMm}{2}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Zapiszemy związek między masą planety, jej promieniem a przyśpieszeniem grawitacyjnym na powierzchni planety:

$$g_p = \frac{GM}{R^2} \quad \rightarrow \quad GM = g_p R^2$$

Zatem:

$$W_{F_c} = \frac{mg_pR^2}{2}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$W_{F_c} = \frac{4 \cdot 10^2\ \text{kg} \cdot 25\ \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot (8 \cdot 10^6)^2\ \text{m}^2}{2}\left(\frac{1}{12 \cdot 10^6\ \text{m}} - \frac{1}{36 \cdot 10^6\ \text{m}}\right) \approx 178 \cdot 10^8\ \text{J}$$

$$W_{F_c} \approx 178 \cdot 10^8\ \text{J} = 17{,}8 \cdot \text{GJ}$$

Zadanie 6.1. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w czterech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch lub trzech zdaniach.
0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawna odpowiedź

1. **F** 2. **P** 3. **P** 4. **P**

Zadanie 6.2. (0–3)

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia sprawności silnika cieplnego oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
2 pkt – poprawna metoda obliczenia pracy całkowitej w cyklu i prawidłowy wynik: $|W_{cal}| = p_1V_1$ oraz poprawna metoda obliczenia ciepła pobranego w cyklu oraz zapisanie wzoru na sprawność z pracą całkowitą i ciepłem pobranym

LUB

– poprawna metoda obliczenia pracy całkowitej i ciepła pobranego w cyklu i prawidłowy wynik: $|Q_{pob}| = p_1V_1 + |Q_{odd}|$ oraz zapisanie wzoru na sprawność cyklu z ciepłem pobranym i ciepłem oddanym.

1 pkt – zapisanie wzoru na sprawność cyklu (w dowolnej postaci) oraz poprawna metoda obliczenia ciepła pobranego: zapisanie równania I zasady termodynamiki, które uwzględnia, że zmiana energii wewnętrznej w cyklu jest równa zero: $\Delta U_{cykl} = 0$, oraz uwzględnia pracę W_{spr} podczas sprężania gazu, pracę W_{roz} podczas rozprężania gazu, ciepło Q_{pob} pobrane przez gaz w cyklu oraz ciepło Q_{odd} oddane w cyklu

LUB

– zapisanie wzoru na sprawność cyklu (w dowolnej postaci) oraz poprawna metoda obliczenia pracy całkowitej w cyklu i prawidłowy wynik: $|W_{cal}| = p_1V_1$.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Sprawność silnika cieplnego obliczamy ze wzoru:

$$\eta = \frac{|W_{cal}|}{|Q_{pob}|}$$

Obliczymy pracę całkowitą w cyklu. Skorzystamy ze wzoru $|W| = p|\Delta V|$ na pracę siły parcia (i siły przeciwnej do siły parcia):

$$|W_{cal}| = |W_{roz}| - |W_{spr}|$$

$$|W_{cal}| = p_{23}|\Delta V_{23}| - p_{41}|\Delta V_{41}| \quad \rightarrow \quad |W_{cal}| = 2p_1(2\mathrm{V}_1 - \mathrm{V}_1) - p_1(2\mathrm{V}_1 - \mathrm{V}_1)$$

$$|W_{cal}| = p_1V_1$$

Obliczymy ciepło pobrane w cyklu. Zapiszemy I zasadę termodynamiki dla cyklu pracy silnika. Całkowita zmiana energii wewnętrznej gazu w cyklu wynosi zero. Przyjmiemy konwencję, zgodnie z którą ciepło pobrane z otoczenia oraz pracę podczas sprężania przyjmiemy za dodatnie (gaz zyskuje energię), a ciepło oddane i pracę gazu przy rozprężaniu – za ujemne (gaz traci energię):

$$0 = |W_{spr}| - |W_{roz}| + |Q_{pob}| - |Q_{odd}| = -|W_{cal}| + |Q_{pob}| - |Q_{odd}|$$

$$|Q_{pob}| = |W_{cal}| + |Q_{odd}| = p_1V_1 + |Q_{odd}| \qquad \left(\text{spostrzeżenie: } |Q_{odd}| = \frac{11}{2}p_1V_1\right)$$

$$|Q_{pob}| = 480\ \mathrm{J} + 2640\ \mathrm{J} = 3120\ \mathrm{J} \qquad \left(\text{spostrzeżenie: } |Q_{pob}| = \frac{13}{2}p_1V_1\right)$$

Obliczymy sprawność silnika cieplnego:

$$\eta = \frac{480\ \mathrm{J}}{3120\ \mathrm{J}} \approx 0{,}15 \qquad \left(\text{spostrzeżenie: } \eta = \frac{p_1V_1}{\frac{13}{2}p_1V_1} = \frac{2}{13}\right)$$

Zadanie 6.3. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne narysowanie i oznaczenie cyklu.

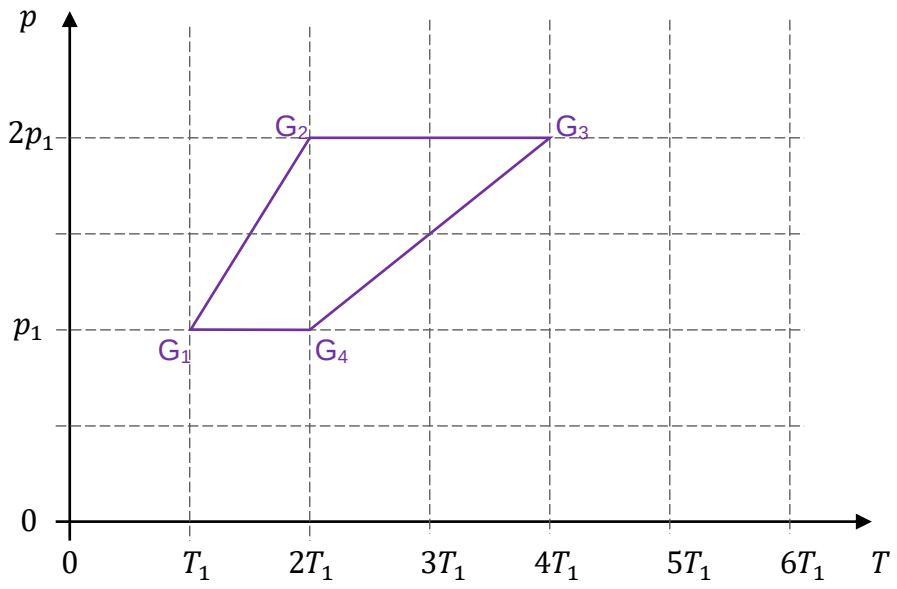
1 pkt – poprawne narysowanie i oznaczenie kierunków dwóch izobar G_2–G_3 i G_4–G_1 oraz prawidłowy kierunek cyklu (wyznaczony numeracją), a stan 1 oznaczony najbliżej punktu (0;0)

LUB

– poprawne narysowanie kierunków dwóch izochor G_1–G_2 i G_3–G_4 (linie muszą się przedłużać do punktu (0;0)) oraz prawidłowy kierunek cyklu (wyznaczony numeracją), a stan 1 oznaczony najbliżej do punktu (0;0).

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawne rozwiązanie



Uwaga! Zapisy w brudnopisie nie są oceniane. Poniżej prezentuje się przykładowe zapisy pomocnicze, pokazujące (i porządkujące) sposób myślenia prowadzący do rozwiązania zadania. Zadanie można rozwiązać bez zapisów pomocniczych.

$G_1\colon\ p_1 \cdot V_1 \propto T_1$ $G_2\colon\ 2p_1 \cdot V_1 \propto 2T_1$ $G_3\colon\ 2p_1 \cdot 2V_1 \propto 4T_1$ $G_4\colon\ p_1 \cdot 2V_1 \propto 2T_1$

Zadanie 7.1. (0–3)

Zasady oceniania

3 pkt – poprawne wyznaczenie oraz podpisanie położenia punktów A, B, C.

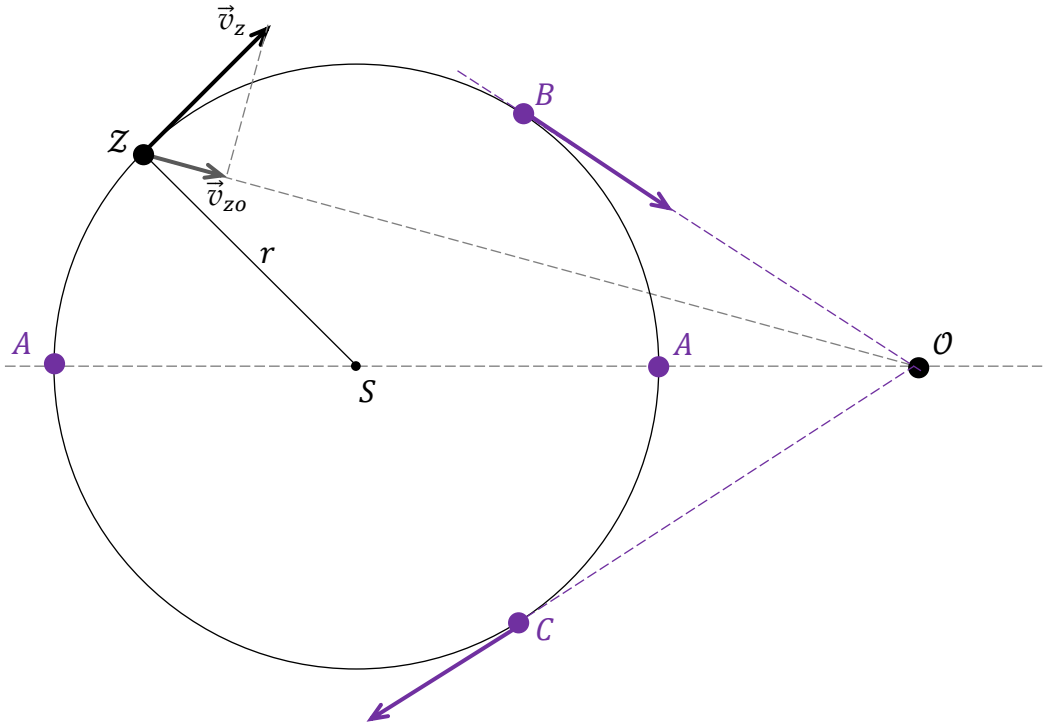
2 pkt – poprawne wyznaczenie oraz podpisanie położenia dwóch punktów spośród A, B, C.

1 pkt – poprawne wyznaczenie oraz podpisanie położenia jednego punktu spośród A, B, C.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Uwaga! Są dwa poprawne położenia dla punktu A. Wystarczy, że zdający zaznaczy i podpisze jedno z nich. W przypadku, gdy zdający podpisze i zaznaczy oba poprawne położenia, to traktowane jest to jako poprawne wyznaczenie położenia punktu A.

Poprawne rozwiązanie



Zadanie 7.2. (0–4)

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia różnicy częstotliwości maksymalnej i minimalnej oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wyrażenia na różnicę częstotliwości maksymalnej i minimalnej oraz poprawna postać końcowa tego wyrażenia i prawidłowe podstawienie danych liczbowych do tego wyrażenia

LUB

– poprawna metoda obliczenia częstotliwości maksymalnej oraz minimalnej oraz prawidłowe wyniki liczbowe z jednostkami.

2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wyrażenia na różnicę częstotliwości maksymalnej i minimalnej (zastosowanie odpowiednich wzorów Dopplera, łącznie z użyciem poprawnego wzoru na $v_{zo\,max}$, jako wartości prędkości źródła w ruchu po okręgu)

LUB

– poprawna metoda obliczenia częstotliwości maksymalnej lub minimalnej (zastosowanie odpowiedniego wzoru Dopplera, łącznie z użyciem poprawnego wzoru na $v_{zo\,max}$, jako wartości prędkości źródła w ruchu po okręgu) oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

1 pkt – zapisanie wyrażenia na największą lub najmniejszą częstotliwość dźwięku odbieranego przez obserwatora, łącznie z identyfikacją $v_{zo\ max}$ jako wartości prędkości źródła w ruchu po okręgu.
0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Największa częstotliwość oraz najmniejsza częstotliwość dźwięków odbieranych przez obserwatora, wyrażają się wzorami:

$$f_{o\ max} = f_z \cdot \frac{v_d}{v_d - v_{zo\ max}} \qquad \text{lub} \qquad f_{o\ min} = f_z \cdot \frac{v_d}{v_d + v_{zo\ max}}$$

gdzie $v_{zo\ max}$ jest największą wartością składowej prędkości źródła w kierunku obserwatora. Ta wartość składowej prędkości jest równa wartości prędkości źródła w ruchu po okręgu:

$$v_{zo\ max} = v_z = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f_{obrotu} \qquad \text{oraz} \qquad f_{obrotu} = \frac{30}{60\ \text{s}} = 0{,}5\ \text{Hz}$$

$$v_{zo\ max} = v_z \approx 2 \cdot 3{,}14 \cdot 1 \cdot 0{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 3{,}14\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Obliczymy różnicę pomiędzy największą i najmniejszą częstotliwością dźwięku odbieranego przez obserwatora:

$$f_{o\ max} = f_z \cdot \frac{v_d}{v_d - v_{zo\ max}} - f_z \cdot \frac{v_d}{v_d + v_{zo\ max}} = f_z \cdot \left(\frac{2v_d \cdot v_{zo\ max}}{v_d^2 - v_{zo\ max}^2}\right)$$

$$f_{o\ max} = f_z \cdot \left(\frac{2v_d \cdot v_{zo\ max}}{v_d^2 - v_{zo\ max}^2}\right) \approx 1000 \cdot \frac{2 \cdot 340 \cdot 3{,}14}{(340^2 - 3{,}14^2)} = 18{,}5\ \text{Hz}$$

Zadanie 8.1. (0–1)

Zasady oceniania
1 pkt – poprawna odpowiedź.
0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
D

Zadanie 8.2. (0–3)

Zasady oceniania
3 pkt – poprawna metoda obliczenia oporu wewnętrznego baterii oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
2 pkt – zapisanie prawa Kirchhoffa dla obwodu w postaci: $U_{SEM} = IR_W + IR + U$ oraz prawidłowe podstawienie danych liczbowych
LUB
– zapisanie prawa Kirchhoffa dla obwodu w postaci: $U_{SEM} = IR_W + IR + IR_A$ lub zapisy równoważne oraz zapisanie związku $U = IR_A$ i prawidłowe podstawienie danych liczbowych.
1 pkt – zapisanie prawa Kirchhoffa dla obwodu w postaci: $U_{SEM} = IR_W + IR + IR_A$ lub zapisy równoważne.
0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Zastosujemy II oprawo Kirchhoffa dla obwodu oraz związek między napięciem a natężeniem prądu i oporem, podstawimy dane i wykonamy obliczenia:

$$U_{SEM} = IR_W + IR + IR_A\,, \quad U = IR_A$$
$$U_{SEM} = IR_W + IR + U$$
$$6\ \mathrm{V} = 1{,}5\ \mathrm{A} \cdot R_W + 1{,}5\ \mathrm{A} \cdot 3{,}4\ \Omega + 0{,}6\ \mathrm{V}$$
$$R_W = 0{,}2\ \Omega$$

Zadanie 8.3. (0–1)

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.
0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

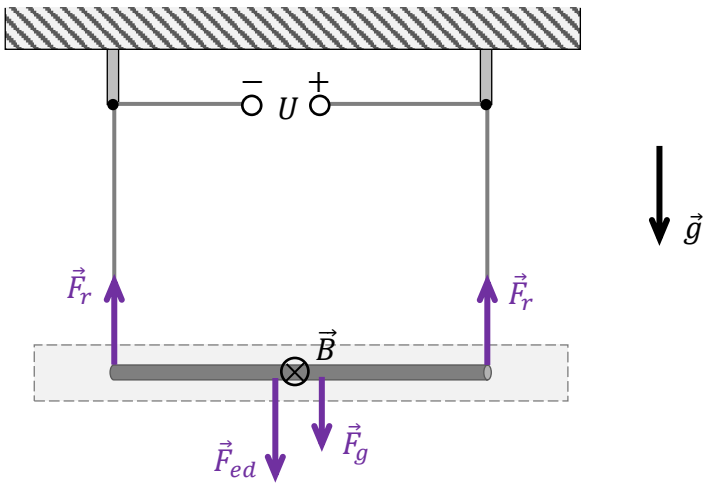
A1

Zadanie 9.1. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne narysowanie co do kierunku i zwrotu, oznaczenie i opisanie dwóch sił reakcji, siły grawitacji oraz siły elektrodynamicznej.
1 pkt – poprawne narysowanie co do kierunku i zwrotu, oznaczenie i opisanie dwóch sił reakcji oraz siły grawitacji
LUB
– poprawne narysowanie co do kierunku i zwrotu, oznaczenie i opisanie siły grawitacji oraz siły elektrodynamicznej
– poprawne narysowanie co do kierunku i zwrotu, oznaczenie i opisanie siły grawitacji, siły elektrodynamicznej oraz tylko jednej siły reakcji.
0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawne rozwiązanie



$\vec{F}_r$ – siła reakcji, z jaką drut działa na pręt.
$\vec{F}_{ed}$ – siła elektrodynamiczna działająca na pręt.
$\vec{F}_g$ – siła grawitacji działająca na pręt.

Zadanie 9.2. (0–3)

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia siły, z jaką drut działa na pręt, oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

2 pkt – poprawne zapisanie warunku równowagi wszystkich sił działających na pręt, łącznie z uwzględnieniem wzoru na siłę elektrodynamiczną, siłę grawitacji oraz związku między napięciem a natężeniem prądu i oporem obwodu.

1 pkt – poprawne zapisanie warunku równowagi wszystkich sił działających na pręt

LUB

– poprawna metoda obliczenia wartości siły elektrodynamicznej działającej na pręt oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką: $F_{ed} = 2{,}4\ \mathrm{N}$.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Siłę oddziaływania jednego drutu (siłę reakcji drutu) na pręt oznaczymy jako $\vec{F}_r$. Oprócz tego na pręt działa siła elektrodynamiczna (skierowana w dół) oraz siła grawitacji. Pręt spoczywa w układzie inercjalnym, zatem siła wypadkowa działająca na pręt wynosi zero:

$$\vec{F}_r + \vec{F}_r + \vec{F}_g + \vec{F}_{ed} = 0 \qquad \text{(zapis wektorowy)}$$

$$F_r + F_r = F_g + F_{ed} \qquad \text{(zapis na wartościach sił)}$$

Wykorzystamy wzór na siłę elektrodynamiczną, siłę grawitacji oraz związek między napięciem a natężeniem prądu:

$$F_{ed} = IlB \qquad F_g = mg \qquad I = \frac{U}{R}$$

Zatem:

$$F_r = \frac{1}{2} \cdot \left(mg + \frac{UlB}{R} \right)$$

$$F_r = \frac{1}{2} \cdot \left(0{,}24\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} + \frac{6\ \mathrm{V} \cdot 1{,}2\ \mathrm{m} \cdot 0{,}5\ \mathrm{T}}{1{,}5\ \Omega} \right) = 2{,}377 \ldots \mathrm{N} \approx 2{,}38\ \mathrm{N}$$

Zadanie 10.1. (0–1)

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

1. **P** 2. **P** 3. **P**

Zadanie 10.2. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne wyznaczenie konstrukcyjne obrazu *A'* punktu *A* oraz obrazu *B'* punktu *B*.

1 pkt – poprawne wyznaczenie konstrukcyjne obrazu *A'* punktu *A*

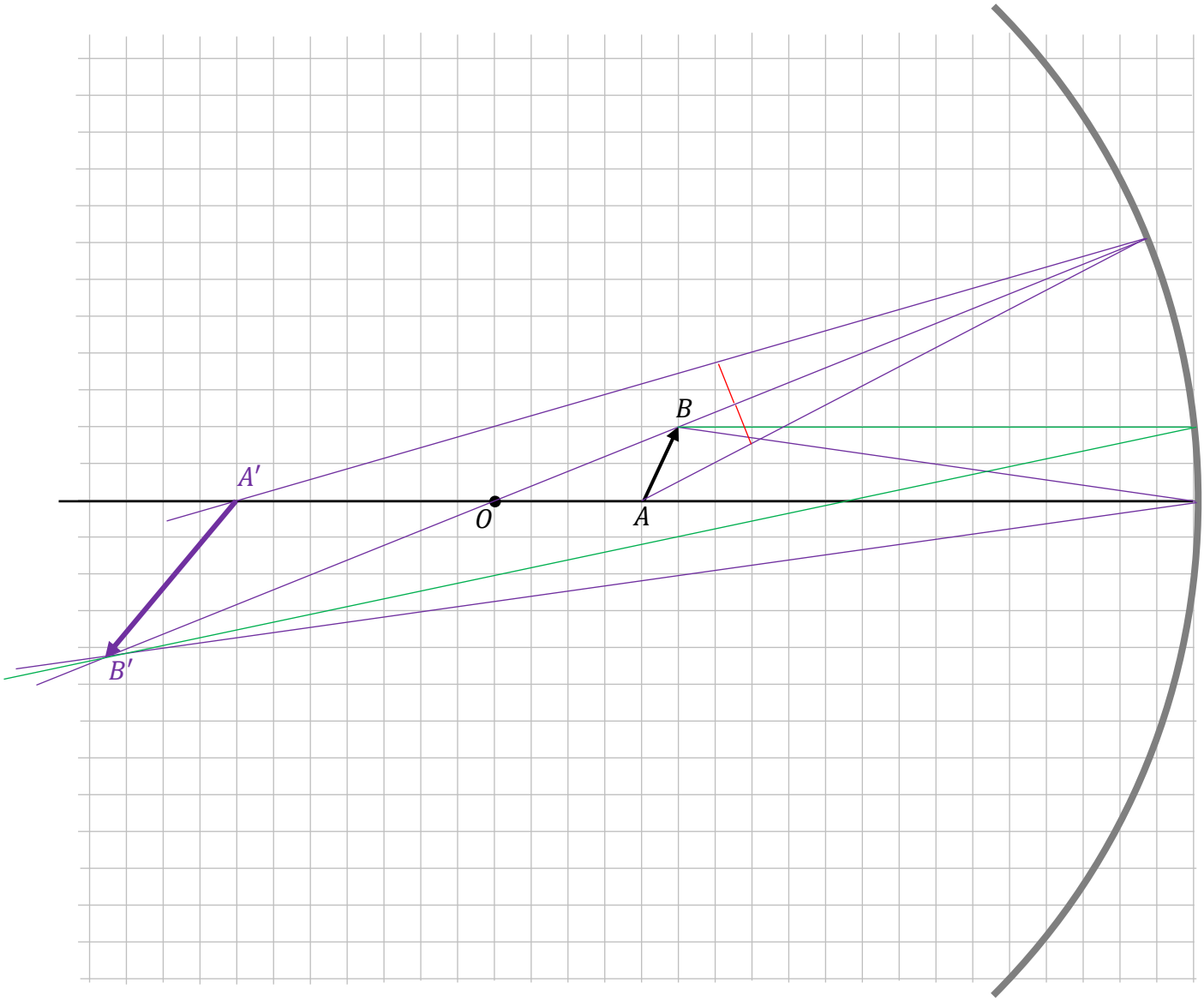
LUB

– poprawne wyznaczenie konstrukcyjne obrazu *B'* punktu *B*.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Uwaga! Obraz A'B' oraz przedmiot AB nie są do siebie równoległe! Dlatego, jeżeli zdający poprawnie skonstruuje położenie punktu B' (albo A'), a następnie założy równoległość przedmiotu do obrazu i w ten sposób wyznaczy A' (albo B'), to taką konstrukcję całego obrazu A'B' należy uznać za błędną. W takim przypadku zdający otrzymuje 1 pkt tylko za poprawną konstrukcję punktu B' (albo A').

Poprawne rozwiązanie



Zadanie 11. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna odpowiedź i pełne uzasadnienie: (1) porównywanie siły wyporu działającej na układ (lub tylko ciężarek) do ciężaru układu (lub tylko ciężarka) w obu sytuacjach, (2) powiązanie siły wyporu z objętością wypartej wody, (3) porównanie wynikających z tego objętości wypartej wody w obu sytuacjach.

1 pkt – poprawna odpowiedź i niepełne uzasadnienie (brak zapisów związanych z (1) lub (2) lub (3)).

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Odpowiedź:

Poziom wody w basenie po zatonięciu w wodzie wyrzuconego ciężarka zmaleje.

Uzasadnienie:

Sposób 1. (Odwołanie się do siły wyporu działającej na układ łódka–chłopiec–ciężarek)

W pierwszej sytuacji siła wyporu równoważy ciężar układu łódka z chłopcem – ciężarek. Zgodnie z prawem Archimedesa i I zasadą dynamiki, ciężar wypartej wody jest równy ciężarowi łódki z chłopcem i z ciężarkiem:

$$V_{wyp1}\rho_{wody}g = m_{ł}g + m_c g$$

W drugiej sytuacji, siła wyporu działająca na cały układ (łódkę, chłopca i zatopiony ciężarek), czyli ciężar wypartej (przez łódkę, chłopca i zatopiony ciężarek) wody nie równoważy ciężaru układu łódka z chłopcem –ciężarek, ponieważ ciężarek zatonął (chociaż łódka z chłopcem pływa). Zatem ciężar wypartej wody (przez łódkę z chłopcem i zatopiony ciężarek) jest mniejszy od łącznego ciężaru łódki z chłopcem oraz ciężarka.

$$V_{wyp2}\rho_{wody}g < m_{ł}g + m_c g$$

Zatem:

$$V_{wyp2} < V_{wyp1}$$

Objętość wypartej przez cały układ (łódkę z chłopcem i zatopiony ciężarek) wody jest w drugiej sytuacji mniejsza, dlatego poziom wody obniży się.

Sposób 2. (Odwołanie się do siły wyporu działającej na ciężarek)

W obu sytuacjach łódka z chłopcem pływa i wypiera ustaloną ilość wody. Dlatego rozważamy siłę wyporu działającą w obu sytuacjach tylko na ciężarek. Zgodnie z prawem Archimedesa i I zasadą dynamiki, w pierwszej sytuacji ciężar wypartej wody (ponad to co wypiera łódka) jest równy ciężarowi ciężarka:

$$V'_{wyp1}\rho_{wody}g = m_c g \quad \rightarrow \quad V'_{wyp1} = \frac{m_c}{\rho_{wody}}$$

W drugiej sytuacji objętość wody wypartej przez ciężarek jest równa objętości ciężarka:

$$V'_{wyp2} = \frac{m_c}{\rho_c}$$

Ciężarek tonie (gęstość ciężarka jest większa od gęstości wody), więc:

$$\rho_c > \rho_{wody}$$

Zatem:

$$V'_{wyp2} < V'_{wyp1}$$

Zadanie 12. (0–3)

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia energii wiązania jądra litu $^{7}_{3}\mathrm{Li}$ oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką (podany w dżulach lub elektronowoltach).

2 pkt – poprawne zapisanie związku pomiędzy energią wiązania jądra litu a deficytem masy jądra litu, zapisanie różnicy pomiędzy masą wszystkich nukleonów a masą jądra litu oraz poprawne podstawienie wszystkich danych do tego związku.

1 pkt – zidentyfikowanie energii potrzebnej do rozbicia jądra litu jako energii wiązania jądra litu
LUB
– zapisanie różnicy pomiędzy masą wszystkich nukleonów a masą jądra litu.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Energia E, jaką należy dostarczyć do jądra litu, aby rozbić je na poszczególne nukleony, jest równa energii wiązania jądra litu. Wykorzystamy związek pomiędzy energią wiązania a deficytem masy jądra litu:

$$E = E_w = \Delta m c^2$$

Jądro litu $^{7}_{3}\mathrm{Li}$ ma trzy protony i cztery neutrony, zatem:

$$E_w = \left(3m_p + 4m_n - m_{Li}\right)c^2$$

Podstawiamy odpowiednie wartości i wykonujemy obliczenia:

$$E_w = (3 \cdot 1{,}6726 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} + 4 \cdot 1{,}6749 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} - 11{,}6508 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}) \cdot (3 \cdot 10^{8})^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$$

$$E_w = 0{,}0666 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16}\ \mathrm{J} = 0{,}5994 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{J}$$

$$E_w = 5{,}994 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{J} = 59{,}94 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{J} \approx 37 \cdot 10^{6}\ \mathrm{eV} \approx 37\ \mathrm{MeV}$$

Zadanie 13. (0–1)

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

C