Schemat punktowania arkusza I z matematyki

Zad 1

Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
Zapisanie równania pozwalającego wyznaczyć b.	1 p	$0 = -3\sqrt{2} + b$
Obliczenie b.	1 p	$b = 3\sqrt{2}$

Zadanie 2

Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
Zapisanie wzoru funkcji kwadratowej f w postaci ogólnej.	1 p	$f(x) = -x^2 + 2x + 1$
Obliczenie rzędnej wierzchołka paraboli, która jest wykresem funkcji f.	1p	$y_w = 2$
Wyznaczenie zbioru wartości funkcji f.	1 p	$(-\infty, 2\rangle$

Zadanie 3

Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
Zapisanie, że liczba miejsc w kolejnych rzędach sektora to wyrazy ciągu arytmetycznego.	1 p	np. (a_n) - ciąg arytmetyczny, $a_1 = 8,\ r = 2$
Obliczenie a_{22}.	1 p	$a_{22} = 50$
Obliczenie S_{22}.	1 p	$S_{22} = 638$
Obliczenie liczby wszystkich miejsc na widowni.	1 p	2552

Zadanie 4

Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
Obliczenie miary kąta DBC.	1 p	$\lvert\angle DBC\rvert = 45°$
Obliczenie miary kąta ABC.	1 p	$\lvert\angle ABC\rvert = 135°$
Obliczenie miary kąta BCA.	1 p	$\lvert\angle BCA\rvert = 22{,}5°$
Obliczenie miary kąta ACD.	1 p	$\lvert\angle ACD\rvert = 67{,}5°$
Uzasadnienie , że $\cos(\angle ACD) < \frac{1}{2}$.	1 p	np. powołując się na monotoniczność funkcji cosinus ($\cos 60° = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 67{,}5° < \frac{1}{2}$).

Zadanie 5

Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
Obliczenie długości r promienia okręgu.	1 p	$r=\frac{1,5}{\sin 60^\circ}=\sqrt{3}$
Obliczenie długości $x=\lvert SO\rvert$.	1 p	$x=\frac{1,5}{\operatorname{tg} 60^\circ}=0,5\sqrt{3}$
Obliczenie długości d.	1 p	$d=2\sqrt{3}$
Obliczenie długości h.	1 p	$h=1,5\sqrt{3}$

Zadanie 6

Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
Podanie wzoru funkcji f.	1 p	$f(x)=x\cdot(x-3)$
Zapisanie odpowiedniego równania	1 p	$x^2-3x+3=0$
Obliczenie wyróżnika i sformułowanie odpowiedzi.	1 p	$\Delta=-3$ brak rozwiązań

Zadanie 7

Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
Zaznaczenie w układzie współrzędnych punktów *ABC* oraz narysowanie prostokąta *KLMN*.	1 p	
Wyznaczenie długości odpowiednich odcinków.	1 p	$\lvert KL\rvert=4, \lvert LB\rvert=1, \lvert BM\rvert=3, \lvert MC\rvert=2$ $\lvert CN\rvert=2, \lvert NK\rvert=4$
Obliczenie pole prostokąta *KLMN*.	1 p	$P_{KLMN}=16$
Obliczenie pól odpowiednich trójkątów prostokątnych.	1 p	$P_{\Delta KLB}=2,\ P_{\Delta BMC}=3,\ P_{\Delta CNK}=4$
Wyznaczenie pola trójkąta *ABC*.	1 p	$P_{\Delta ABC}=7$

Zadanie 8

Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
Zapisanie nierówności za pomocą której można wyznaczyć liczbę ujemnych wyrazów ciągu (a_n).	1 p	$n^2-5<0$
Rozwiązanie nierówności $n^2-5<0$ w zbiorze liczb naturalnych.	1 p	$n\in\{1, 2\}$
Podanie liczby ujemnych wyrazów ciągu (a_n).	1 p	2
Zapisanie warunku na to by ciąg (a_n) był ciągiem geometrycznym.	1 p	np. $\frac{a_{n+1}}{a_n}=const$
Obliczenie $\frac{a_{n+1}}{a_n}$.	1p	$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{n^2-2n-4}{n^2-5}$
Stwierdzenie, że $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ zależy od n więc ciąg (a_n) nie jest geometryczny.	1p	

Zadanie 9

Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
Obliczenie długości odcinka $\overline{AB}$.	1 p	$\lvert AB\rvert = \sqrt{10}$
Wyznaczenie równania prostej m.	2 p (jeden punkt przyznajemy za poprawną metodę)	$y = -3x + 5$
Wyznaczenie współczynnika kierunkowego prostej k.	1 p	$\frac{1}{3}$
Wyznaczenie równania prostej k.	1 p	$y = \frac{1}{3}x - 1\frac{2}{3}$
Zapisanie warunku na to, by środek okręgu opisanego na trójkącie ABC należał do prostej k.	1 p	np. trójkąt ABC musiałby być równoramienny, wtedy symetralna odcinka $\overline{BC}$ pokrywałaby się z prostą k (w przeciwnym przypadku są rozłączne, a środek okręgu opisanego na trójkącie musi do symetralnej należeć).
Sprawdzenie, czy środek okręgu opisanego na trójkącie ABC należy do prostej k i udzielenie odpowiedzi.	1 p	$\lvert AC\rvert = \sqrt{20} \neq \sqrt{10}$ środek okręgu opisanego na trójkącie ABC nie należy do prostej k.

Zadanie 10

Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
Obliczenie $a - b$.	1 p	$a - b = -\frac{4}{5}$
Obliczenie $a \cdot b$.	1 p	$a \cdot b = -\frac{1}{25}$
Sprawdzenie, czy $\frac{a-b}{a \cdot b} = 20$	1 p	tak
Obliczenie $\frac{a}{b}$.	1 p	$\frac{a}{b} = 4\sqrt{3} - 7$
Zbadanie znaku wyrażenia $\frac{a}{b}$.	1 p	$4\sqrt{3} - 7 < 0$
Zastosowanie definicji wartości bezwzględnej.	1 p	$\left\lvert \frac{a}{b} \right\rvert = 7 - 4\sqrt{3}$

Zadanie 11

Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
Obliczenie wartości wielomianu Q dla $x = 2$	1 p	$Q(2) = 6$
Sformułowanie odpowiedzi	1 p	Liczba 2 nie jest pierwiastkiem wielomianu Q
Wykonanie dodawania wielomianów	1 p	$P(x) = x^3 - 3x^2 - 2x + 6$
Zapisanie wielomianu P w postaci iloczynu dwumianu liniowego i dwumianu kwadratowego	1 p	$P(x) = (x-3)(x^2 - 2)$
Zapisanie wielomianu P w postaci iloczynowej	1 p	$P(x) = (x-3)(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$