CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

PESEL

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to **M-200**.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny ***Formuła 2023***

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Symbol arkusza
MMAP-P0-**200**-2505

DATA: **6 maja 2025 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **do 210 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

☐ Uprawnienie zdającego do dostosowania w związku z dyskalkulią.

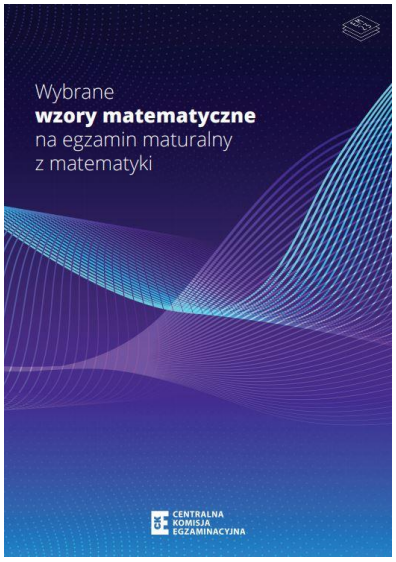
Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Układ graficzny
© CKE 2022

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 43 strony (zadania 1–31). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Symbol  zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi. Ocenie podlegają wyłącznie odpowiedzi zaznaczone na karcie odpowiedzi.
4. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ◉ i zaznacz właściwe.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
10. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz z kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



Zadania egzaminacyjne są wydrukowane
na następnych stronach.

Zadanie 1. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\left(\sqrt{32}-\sqrt{2}\right)^2$ jest równa

A. 16

B. 18

C. 30

D. 34

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 2. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{5^{12}+5^{13}+5^{14}}{5^{12}}$ jest równa

A. 30

B. 31

C. 5^{12}

D. 5^{27}

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 3. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_3 108 - 2\log_3 2$ jest równa

A. 3

B. 9

C. $\log_3 104$

D. $2\log_3 54$

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 4. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x wartość wyrażenia $(3x+2)^2-(2x-3)^2$ jest równa wartości wyrażenia

A. $5x^2-5$

B. $5x^2+13$

C. $5x^2+24x-5$

D. $5x^2+24x-13$

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 5. (2 pkt)

Wykaż, że dla każdej nieparzystej liczby naturalnej n liczba $3n^2 + 2n + 7$ jest podzielna przez 4.

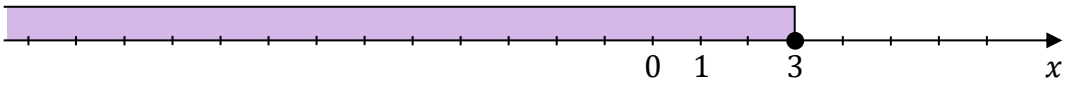
Zadanie 6. (1 pkt)

Dana jest nierówność

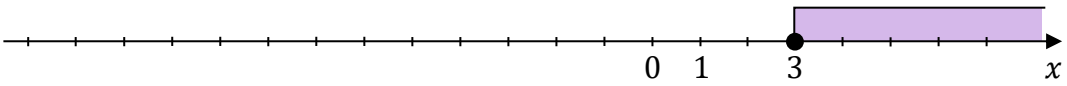
$$3 - 2(1 - 2x) \geq 2x - 17$$

Na którym rysunku poprawnie zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających powyższą nierówność? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

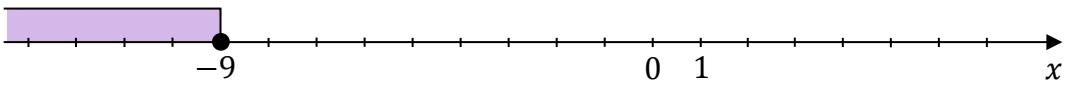
A.



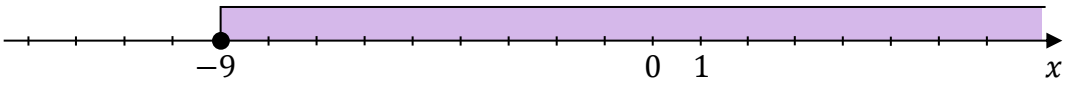
B.



C.



D.



Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 7. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $2x(x+3)(x^2+25)=0$ w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

A. dwa rozwiązania: (-3) oraz 0.

B. dwa rozwiązania: (-3) oraz 2.

C. trzy rozwiązania: (-5), (-3) oraz 0.

D. cztery rozwiązania: (-5), (-3), 0 oraz 5.

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 8. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od (-2) oraz różnej od 0 wartość wyrażenia $\frac{x^2+x}{x^2+4x+4} \cdot \frac{x+2}{x}$ jest równa wartości wyrażenia

A. $\frac{x+2}{4x+4}$

B. $\frac{x+1}{4x+5}$

C. $\frac{x+1}{x+2}$

D. $\frac{2x}{x+2}$

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 9. (2 pkt)

Zarząd firmy wydzielił z budżetu kwotę $1\,200\,000$ złotych łącznie na projekty badawcze dla dwóch zespołów: A i B. W pierwszym półroczu realizacji tych projektów oba zespoły wykorzystały łącznie $146\,700$ złotych – zespół A wykorzystał 13% przyznanych mu środków, a zespół B wykorzystał 11% przyznanych mu środków.

Oblicz kwotę przyznaną zespołowi A na realizację projektu badawczego.
Zapisz obliczenia.

Zadanie 10. (2 pkt)

Rozwiąż nierówność

$$3(2x^2 + 1) < 11x$$

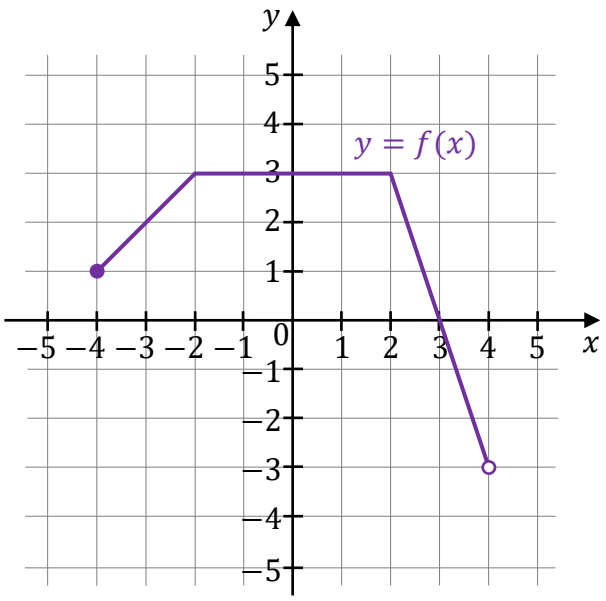
Zapisz obliczenia.

Zadanie 11. (4 pkt)

Funkcja f jest określona następująco:

$$f(x)=\begin{cases} x+5 & \text{dla } x\in[-4,-2] \\ 3 & \text{dla } x\in(-2,2] \\ -3x+9 & \text{dla } x\in(2,4) \end{cases}$$

Wykres funkcji $y=f(x)$ przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y) na rysunku poniżej.



Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

1. Dziedziną funkcji f jest przedział …… .

2. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział …… .

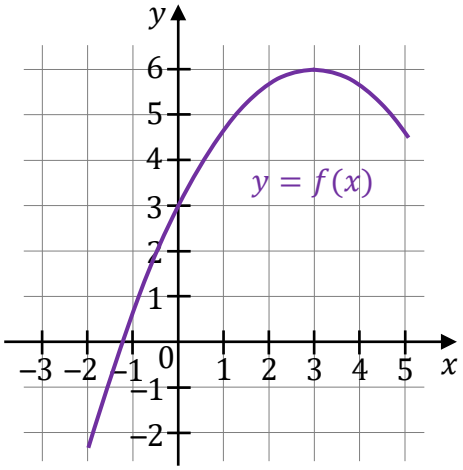
3. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości dodatnie, jest przedział …… .

4. Zbiorem wszystkich rozwiązań równania $f(x)=3$ jest przedział …… .

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Informacja do zadań 12.1.–12.3.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej f (zobacz rysunek). Wierzchołek tej paraboli ma współrzędne $(3, 6)$. Ta parabola przecina oś Oy w punkcie o współrzędnych $(0, 3)$.



Zadanie 12.1. (2 pkt)

Wyznacz wzór funkcji f w postaci kanonicznej. Zapisz obliczenia.

Zadanie 12.2. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Osią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu

A. $x = 3$

B. $x = -3$

C. $y = 6$

D. $y = -6$

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 12.3. (1 pkt)

Funkcja g jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $g(x) = f(x) - 3$.

Liczby x_1 oraz x_2 są różnymi miejscami zerowymi funkcji g.

Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wykropkowanym miejscu, aby zdanie było prawdziwe.

Suma $x_1 + x_2$ jest równa …… .

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 13. (1 pkt)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = (3 - m)x - 4$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f nie ma miejsca zerowego dla m równego

A. (-3)

B. 0

C. 3

D. 4

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Kolejne zadania egzaminacyjne są wydrukowane na następnych stronach.

Informacja do zadań 14.1.–14.2.

Ciąg (a_n) jest określony następująco:

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = 2a_n + 1 \end{cases}$$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$

Zadanie 14.1. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Trzeci wyraz ciągu (a_n) jest równy

A. 4

B. 5

C. 7

D. 11

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 14.2. (1 pkt)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg (a_n) jest arytmetyczny.	**P**	**F**
Ciąg (a_n) jest geometryczny.	**P**	**F**

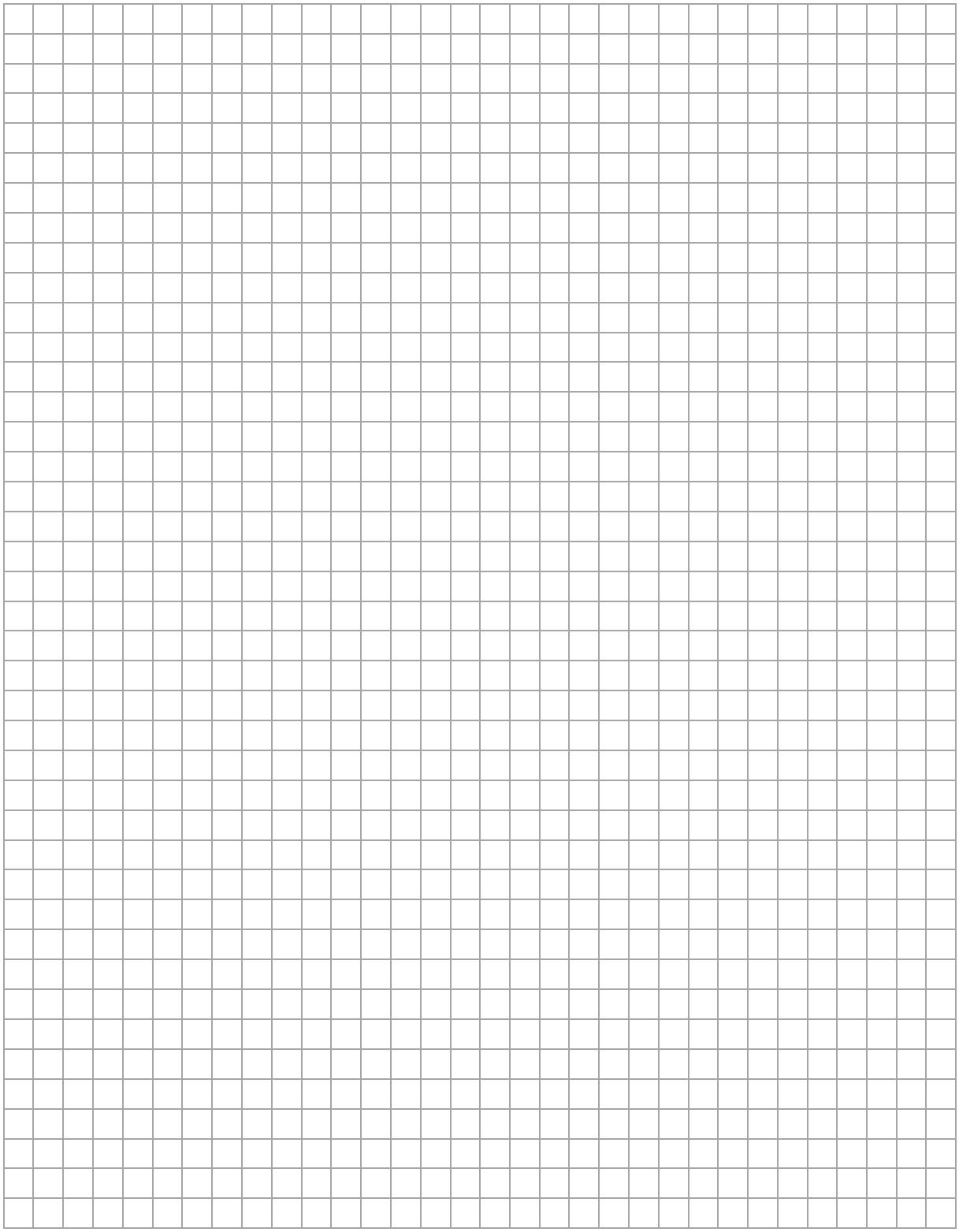
Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 15. (3 pkt)

Wyznacz wartość m, dla której trzywyrazowy ciąg

$$(2m + 11,\ m^2 + 3,\ 5 - m)$$

jest arytmetyczny i malejący. Zapisz obliczenia.



Zadanie 16. (1 pkt)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, w którym $a_1 = 27$ oraz $a_2 = 9$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Czwarty wyraz ciągu (a_n) jest równy

A. $\frac{1}{3}$

B. 1

C. 3

D. 729

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 17. (1 pkt)

Kąt α jest ostry i spełnia warunek $\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,\alpha = 2\sin\alpha$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Cosinus kąta α jest równy

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

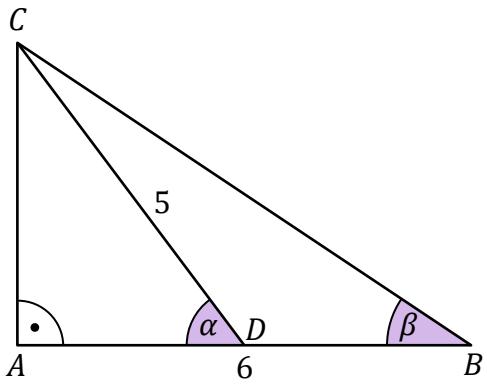
Brudnopis (nie podlega ocenie)

Kolejne zadania egzaminacyjne są wydrukowane na następnych stronach.

Informacja do zadań 18.1.–18.2.

Dany jest trójkąt prostokątny ABC, w którym bok BC jest przeciwprostokątną, przyprostokątna AB ma długość 6, a środkowa CD ma długość 5.

Oznaczmy kąt ADC przez α, natomiast kąt ABC – przez β (zobacz rysunek).



Zadanie 18.1. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{4}{3}$

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 18.2. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Sinus kąta β jest równy

A. $\frac{2}{\sqrt{13}}$

B. $\frac{3}{\sqrt{13}}$

C. $\frac{5}{2\sqrt{13}}$

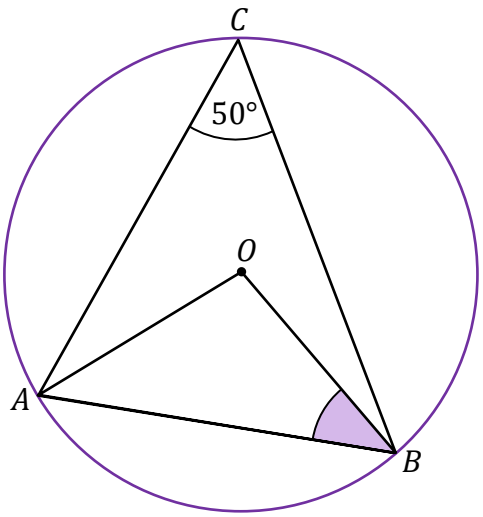
D. $\frac{4}{5}$

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 19. (1 pkt)

Punkty A, B oraz C leżą na okręgu o środku w punkcie O.

Miara kąta BCA jest równa $50°$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego ABO jest równa

A. $20°$

B. $35°$

C. $40°$

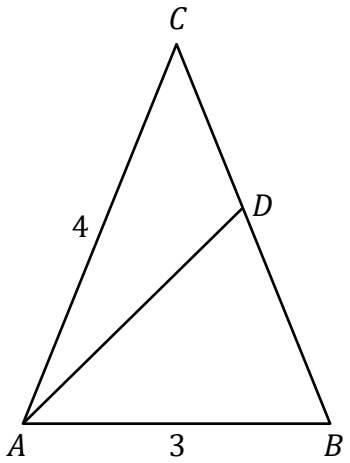
D. $50°$

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 20. (1 pkt)

W trójkącie równoramiennym ABC dane są: $|AC| = |BC| = 4$ i $|AB| = 3$.

Na boku BC, między punktami B i C, wybrano taki punkt D, że trójkąty ABC i BDA są podobne (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Odcinek BD ma długość

A. 2

B. $2{,}25$

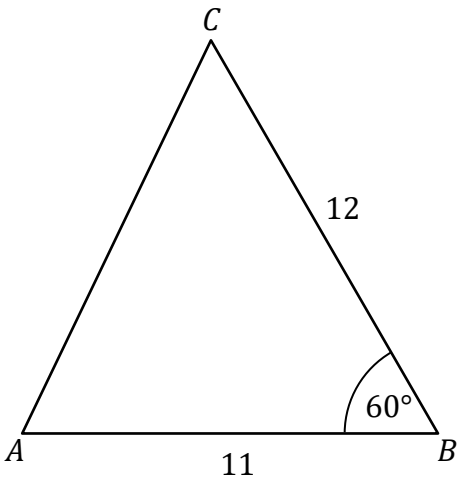
C. $2{,}5$

D. 3

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 21. (1 pkt)

Dany jest trójkąt ABC, w którym $|AB| = 11$, $|BC| = 12$ oraz $|\sphericalangle ABC| = 60°$ (zobacz rysunek).



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Trójkąt ABC jest równoramienny.	**P**	**F**
Pole trójkąta ABC jest równe $33\sqrt{3}$.	**P**	**F**

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 22. (1 pkt)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest kwadrat $ABCD$, w którym $A = (4, -1)$. Przekątne tego kwadratu przecinają się w punkcie $S = (1, 3)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Przekątna kwadratu $ABCD$ ma długość

A. 5

B. 7

C. 10

D. 14

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 23. (1 pkt)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami

$$k\colon\ y = (m-2)x + 5$$

$$l\colon\ y = -4x + (m+3)$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l są równoległe, gdy liczba m jest równa

A. (-4)

B. (-2)

C. 2

D. 5

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 24. (1 pkt)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkt $P = (0, 0)$ leży na okręgu $\mathcal{O}$ o środku w punkcie $S = (2, 4)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg $\mathcal{O}$ jest określony równaniem

A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 2\sqrt{5}$

B. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$

C. $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 2\sqrt{5}$

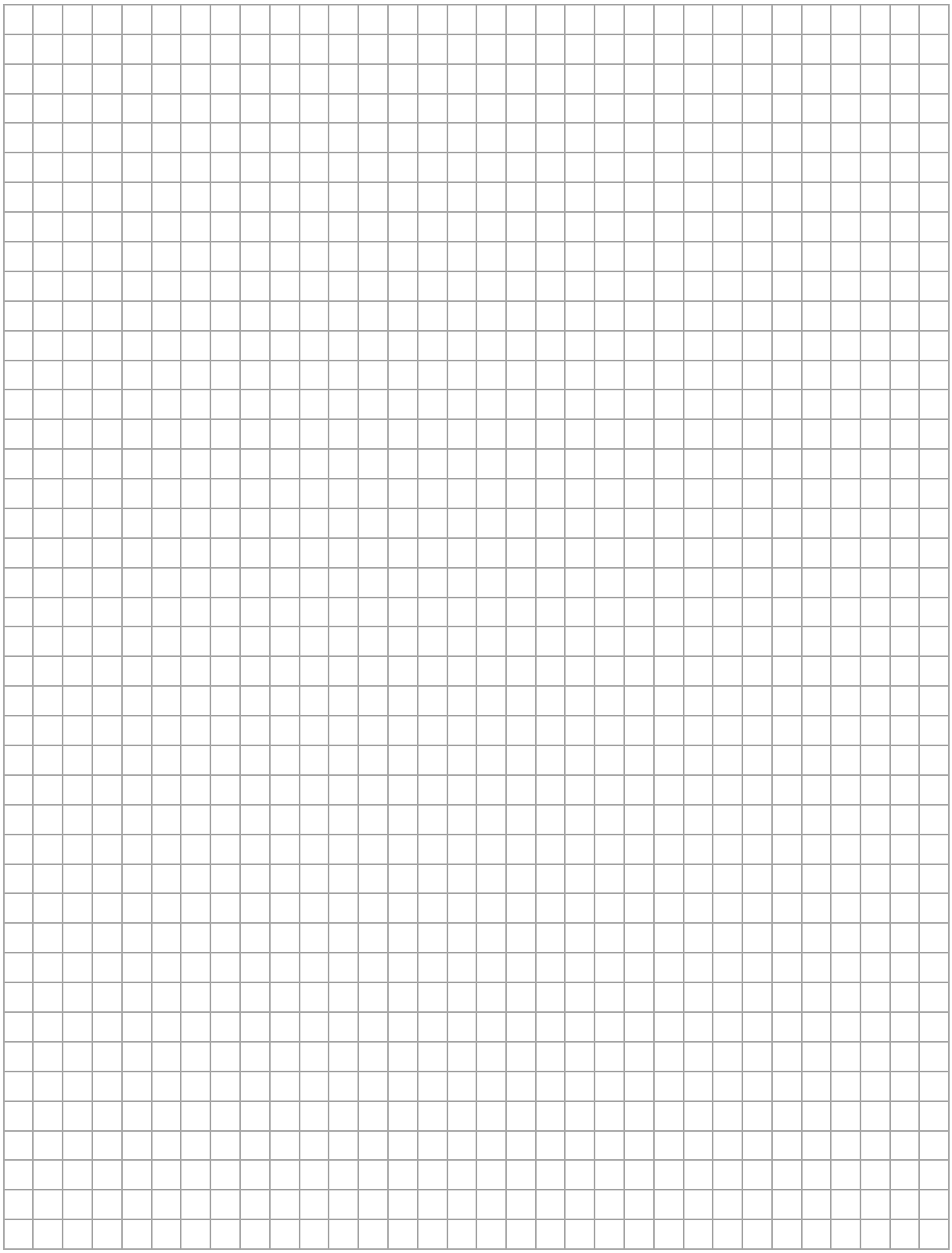
D. $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 20$

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 25. (3 pkt)

Tworząca stożka ma długość 8. Kąt rozwarcia tego stożka ma miarę $120°$.

Oblicz objętość tego stożka. Zapisz obliczenia.



Zadanie 26. (1 pkt)

Objętość sześcianu jest równa 729.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość przekątnej tego sześcianu jest równa

A. $9\sqrt{3}$

B. $9\sqrt{2}$

C. $3\sqrt{3}$

D. $3\sqrt{2}$

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 27. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych nieparzystych, w których zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jeden raz cyfra 0, jest

A. 45

B. 50

C. 54

D. 81

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 28. (1 pkt)

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek.

Zdarzenie A polega na tym, że suma liczb wyrzuconych oczek będzie równa 11.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe

A. $\frac{1}{36}$

B. $\frac{6}{36}$

C. $\frac{11}{36}$

D. $\frac{2}{36}$

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 29. (1 pkt)

Średnia arytmetyczna siedmiu liczb: $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ x,\ y,$ jest równa 3.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma $x + y$ jest równa

A. 4

B. 5

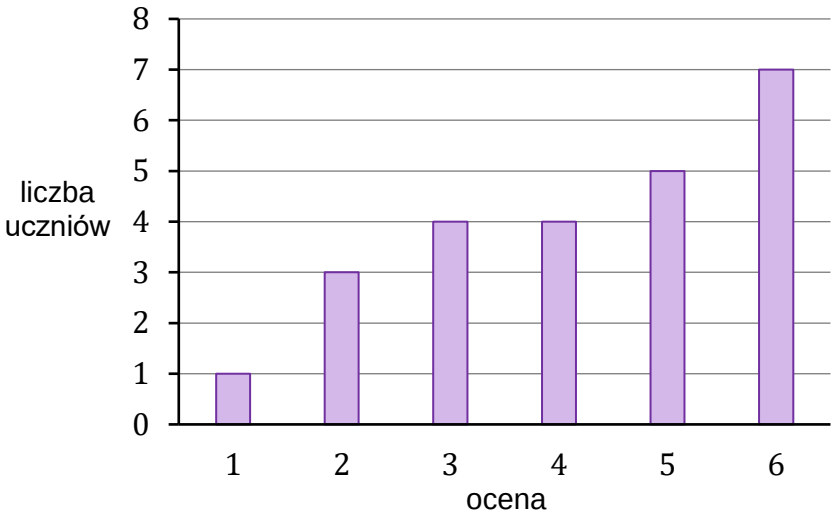
C. 6

D. 7

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Zadanie 30. (2 pkt)

Na diagramie przedstawiono wyniki sprawdzianu z matematyki w pewnej klasie maturalnej liczącej 24 uczniów. Na osi poziomej podano oceny, które uzyskali uczniowie tej klasy, a na osi pionowej podano liczbę uczniów, którzy otrzymali daną ocenę.



Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

1. Mediana ocen uzyskanych z tego sprawdzianu przez uczniów tej klasy jest równa

…… .

2. Dominanta ocen uzyskanych z tego sprawdzianu przez uczniów tej klasy jest równa

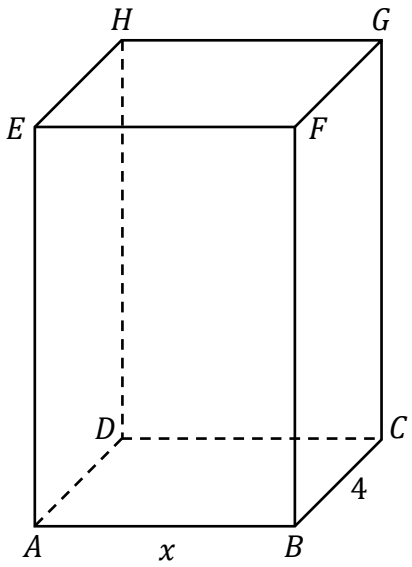
…… .

Brudnopis (nie podlega ocenie)

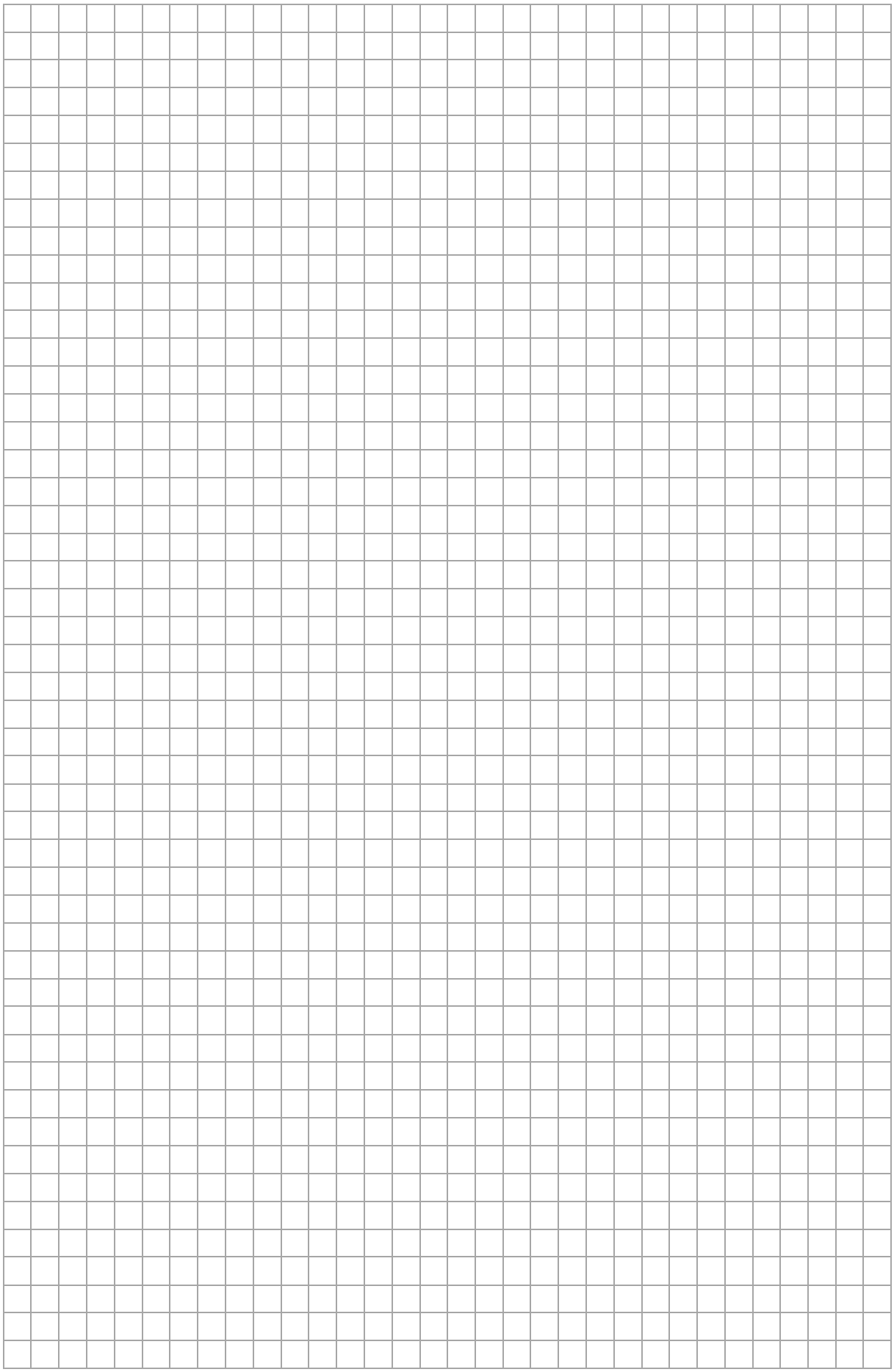
Zadanie 31. (4 pkt)

Rozważamy wszystkie prostopadłościany $ABCDEFGH$, w których krawędź BC ma długość 4 oraz suma długości wszystkich krawędzi wychodzących z wierzchołka B jest równa 15 (zobacz rysunek).

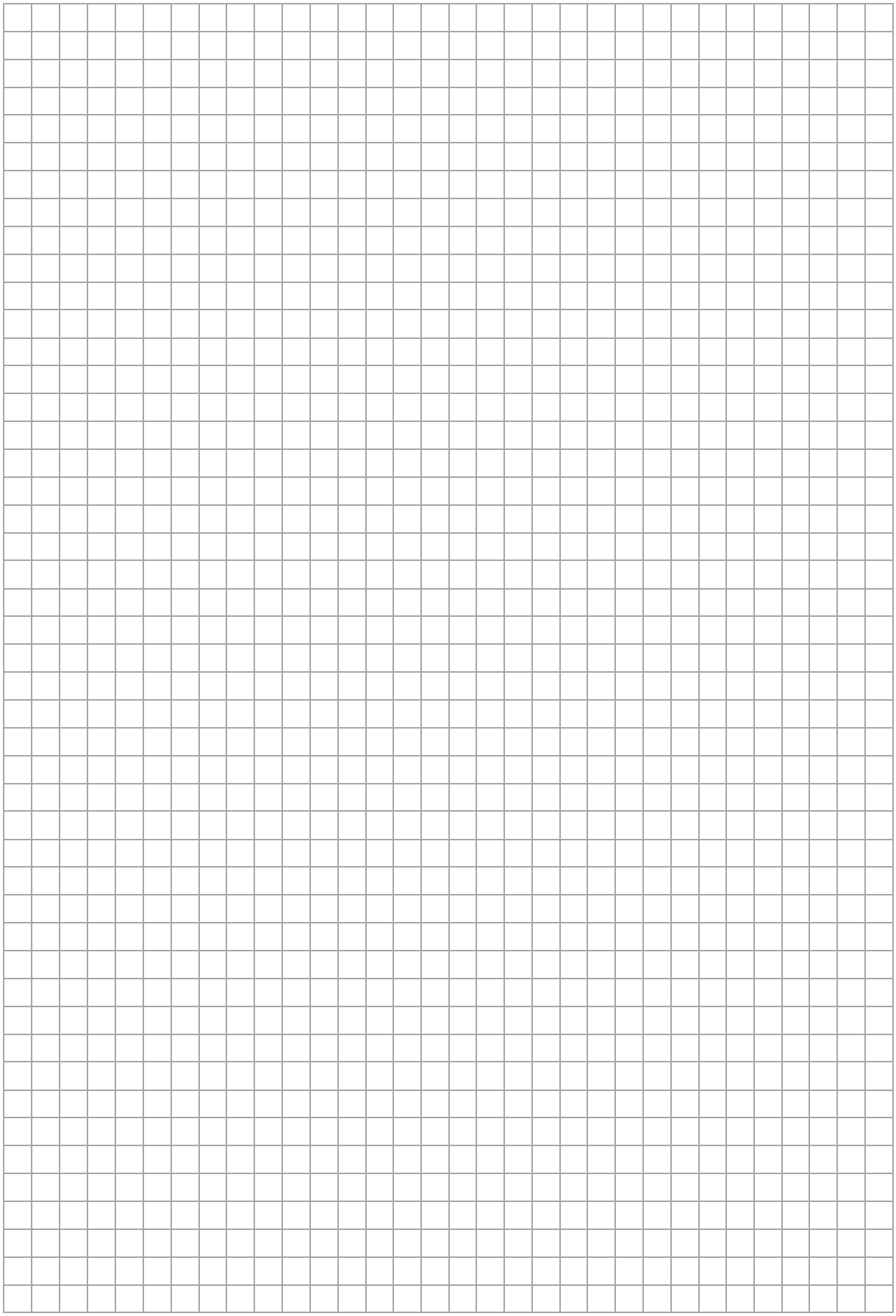
Niech $P(x)$ oznacza funkcję pola powierzchni całkowitej takiego prostopadłościanu w zależności od długości x krawędzi AB.



Wyznacz wzór i dziedzinę funkcji P. Oblicz długość x krawędzi AB tego z rozważanych prostopadłościanów, którego pole powierzchni całkowitej jest największe. Zapisz obliczenia.



BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)



MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023