CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin maturalny**
Przedmiot:	**Matematyka**
Poziom:	**Poziom podstawowy**
Formy arkusza:	EMAP-P0-100, EMAP-P0-200, EMAP-P0-300, EMAP-P0-400, EMAP-P0-660, EMAP-P0-700, EMAP-P0-Q00, EMAU-P0-100
Termin egzaminu:	6 maja 2025 r.
Data publikacji dokumentu:	27 czerwca 2025 r.

Uwaga:
Gdy wymaganie egzaminacyjne dotyczy treści z III etapu edukacyjnego, dopisano „G”.

ZADANIA ZAMKNIĘTE

Zadanie 1. (0–1)

Wymagania określone w podstawie programowej[1]	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: 1.9) wykonuje obliczenia procentowe […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 1.3) posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 27 sierpnia 2012 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz.U. z 2012 r. poz. 977, z późn. zm., tj. Dz.U. z 2014 r. poz. 803, Dz.U. z 2016 r. poz. 895).

Zadanie 3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 1.4) […] stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 4. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 1.6) wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 5. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 2.1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 6. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: 3.3) rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą. 1.8) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 7. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 3.7) korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu $x(x+1)(x-7)=0$.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 8. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: 4.3) odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę […]).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 9. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: 4.3) odczytuje z wykresu własności funkcji ([…] maksymalne przedziały, w których funkcja […] rośnie […]).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 10. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 4.6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie; 4.7) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 11. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 5.1) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 12. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 5.4) stosuje wzór na n-ty wyraz […] ciągu geometrycznego.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 13. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 6.4) stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 14. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 6.1) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji […] tangens kątów o miarach od $0°$ do $180°$.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 15. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 6.1) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus […] kątów o miarach od $0°$ do $180°$.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 16. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: 7.1) stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 17. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: 7.3) rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje […] cechy podobieństwa trójkątów.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 18. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 7.4) korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 19. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 8.2) bada równoległość […] prostych na podstawie ich równań kierunkowych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 20. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: 8.6) oblicza odległość dwóch punktów.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 21. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: G11.2) oblicza […] objętość graniastosłupa prostego […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 22. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	Zdający: G11.2) oblicza pole powierzchni […] ostrosłupa […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 23. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	Zdający: 10.2) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 24. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 10.3) oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 25. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: G9.4) wyznacza średnią arytmetyczną […] zestawu danych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

ZADANIA OTWARTE

Uwagi ogólne:

1. Akceptowane są wszystkie rozwiązania merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.
2. Jeżeli zdający poprawnie rozwiąże zadanie i otrzyma poprawny wynik, lecz w końcowym zapisie przekształca ten wynik i popełnia przy tym błąd, to może uzyskać maksymalną liczbę punktów.
3. Jeżeli zdający popełni błędy rachunkowe, które na żadnym etapie rozwiązania nie upraszczają i nie zmieniają danego zagadnienia, lecz stosuje poprawną metodę i konsekwentnie do popełnionych błędów rachunkowych rozwiązuje zadanie, to może otrzymać co najwyżej $(n-1)$ punktów (gdzie n jest maksymalną możliwą do uzyskania liczbą punktów za dane zadanie).

Zadanie 26. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 3.5) rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą.

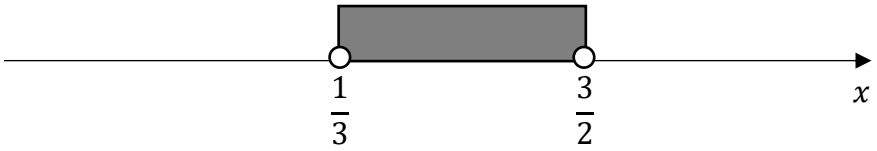
Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i zapisanie zbioru rozwiązań nierówności:

$x \in \left(\frac{1}{3}, \frac{3}{2}\right)$

ALBO

– zastosowanie poprawnej metody i przedstawienie zbioru rozwiązań nierówności w postaci graficznej z poprawnie zaznaczonymi końcami przedziału, np.



1 pkt – obliczenie pierwiastków trójmianu kwadratowego $6x^2 - 11x + 3$:

$x_1 = \frac{1}{3}$ oraz $x_2 = \frac{3}{2}$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi:

1. Jeżeli zdający, obliczając pierwiastki trójmianu $6x^2 - 11x + 3$, popełni błędy (ale otrzyma dwa różne pierwiastki) i konsekwentnie do popełnionych błędów zapisze zbiór rozwiązań nierówności, to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.
2. Jeżeli zdający wyznacza pierwiastki trójmianu kwadratowego, w przypadku gdy błędnie obliczony przez zdającego wyróżnik Δ jest ujemny, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

3. Jeżeli zdający rozpatruje inny niż podany w zadaniu trójmian kwadratowy, który nie wynika z błędu przekształcenia (np. $3(2x^2+1)$), i w konsekwencji rozpatruje inną nierówność (np. $3(2x^2+1)<0$), to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

4. Jeżeli zdający poda zbiór rozwiązań w postaci graficznej z poprawnie zaznaczonymi końcami przedziału i jednocześnie zapisze niewłaściwy przedział jako zbiór rozwiązań (np. $x \in \left[\frac{1}{3}, \frac{3}{2}\right]$), to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.

Kryteria uwzględniające specyficzne trudności w uczeniu się matematyki

Jeśli zdający spełni kryterium za 1 punkt, a następnie zapisze zbiór rozwiązań nierówności w postaci $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{3}\right)$, to otrzymuje **2 punkty**.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapisujemy nierówność w postaci $6x^2-11x+3<0$ i obliczamy miejsca zerowe funkcji $y=6x^2-11x+3$.

Obliczamy wyróżnik trójmianu $6x^2-11x+3$:

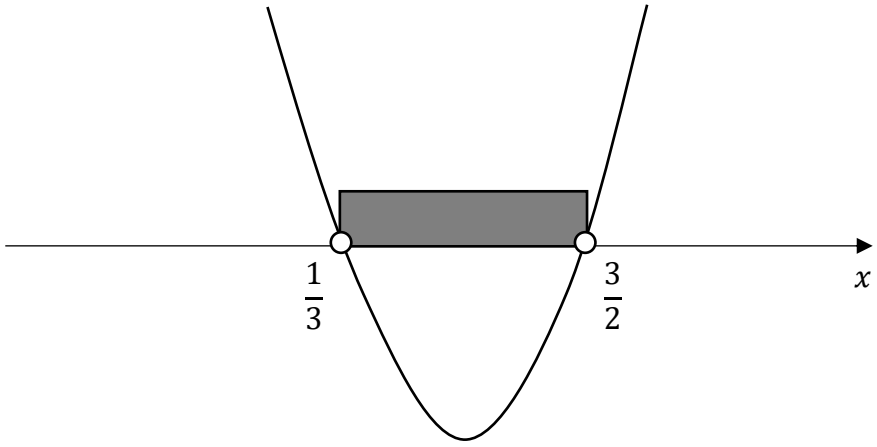
$$\Delta=(-11)^2-4\cdot 6\cdot 3=49$$

Stąd

$$x_1=\frac{-(-11)-\sqrt{49}}{2\cdot 6}=\frac{1}{3}$$

$$x_2=\frac{-(-11)+\sqrt{49}}{2\cdot 6}=\frac{3}{2}$$

Szkicujemy wykres funkcji $y=6x^2-11x+3$.
Odczytujemy argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości ujemne.



Zbiorem rozwiązań nierówności jest przedział $\left(\frac{1}{3}, \frac{3}{2}\right)$.

Zadanie 27. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: 2.1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$.

Zasady oceniania

2 pkt – przekształcenie nierówności $5x^2 + 2y^2 > 2xy$ do postaci $4x^2 + (x-y)^2 + y^2 > 0$ **oraz** powołanie się na założenie i stwierdzenie, że $4x^2$ jest liczbą dodatnią i suma $4x^2 + (x-y)^2 + y^2$ jest liczbą dodatnią

– przekształcenie nierówności $5x^2 + 2y^2 > 2xy$ do postaci $(2x-y)^2 + (x+y)^2 > 0$ **oraz** powołanie się na założenie i stwierdzenie, że przynajmniej jeden ze składników $(2x-y)^2$ lub $(x+y)^2$ jest liczbą dodatnią i suma $(2x-y)^2 + (x+y)^2$ jest liczbą dodatnią,
ALBO

– obliczenie wyróżnika trójmianu kwadratowego $5x^2 - 2yx + 2y^2$ zmiennej x **oraz** uzasadnienie, że jest on niedodatni, oraz uzasadnienie prawdziwości nierówności $5x^2 + 2y^2 > 2xy$ dla $y = 0$,
ALBO

– obliczenie wyróżnika trójmianu kwadratowego $2y^2 - 2xy + 5x^2$ zmiennej y **oraz** uzasadnienie, że ten wyróżnik jest ujemny dla każdego $x \neq 0$.

1 pkt – przekształcenie nierówności $5x^2 + 2y^2 > 2xy$ do postaci $4x^2 + (x-y)^2 + y^2 > 0$
ALBO

– przekształcenie nierówności $5x^2 + 2y^2 > 2xy$ do postaci $(2x-y)^2 + (x+y)^2 > 0$,
ALBO

– obliczenie wyróżnika Δ trójmianu kwadratowego $5x^2 - 2yx + 2y^2$ zmiennej x: $\Delta = -36y^2$,
ALBO

– obliczenie wyróżnika Δ trójmianu kwadratowego $2y^2 - 2xy + 5x^2$ zmiennej y: $\Delta = -36x^2$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga:
Jeśli zdający sprawdza prawdziwość nierówności tylko dla wybranych wartości x i y, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I

Przekształcamy nierówność $5x^2 + 2y^2 > 2xy$ w sposób równoważny:

$$5x^2 - 2xy + 2y^2 > 0$$

$$4x^2 + x^2 - 2xy + y^2 + y^2 > 0$$

$$4x^2 + (x - y)^2 + y^2 > 0$$

Z założenia wiadomo, że $x \neq 0$, więc $4x^2$ jest liczbą dodatnią. Liczby $(x - y)^2$ oraz y^2 są nieujemne, zatem suma $4x^2 + (x - y)^2 + y^2$ jest liczbą dodatnią.
To należało wykazać.

Sposób II

Przekształcamy nierówność $5x^2 + 2y^2 > 2xy$ w sposób równoważny:

$$5x^2 - 2xy + 2y^2 > 0$$

$$4x^2 + x^2 - 4xy + 2xy + y^2 + y^2 > 0$$

$$4x^2 - 4xy + y^2 + x^2 + 2xy + y^2 > 0$$

$$(2x - y)^2 + (x + y)^2 > 0$$

Z założenia wiadomo, że $x \neq 0$, więc przynajmniej jeden ze składników $(2x - y)^2$ lub $(x + y)^2$ jest liczbą dodatnią, zatem suma $(2x - y)^2 + (x + y)^2$ jest liczbą dodatnią.
To należało wykazać.

Sposób III (trójmian kwadratowy zmiennej x z parametrem y)

Przekształcamy równoważnie nierówność $5x^2 + 2y^2 > 2xy$ i otrzymujemy:

$$5x^2 - 2yx + 2y^2 > 0$$

Wyrażenie $5x^2 - 2yx + 2y^2$ traktujemy jako trójmian kwadratowy zmiennej x.
Obliczamy wyróżnik Δ trójmianu:

$$\Delta = (-2y)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2y^2$$

$$\Delta = 4y^2 - 40y^2$$

$$\Delta = -36y^2$$

Gdy $y \neq 0$, to $\Delta < 0$ i funkcja kwadratowa $f(x) = 5x^2 - 2yx + 2y^2$ zmiennej x nie ma miejsc zerowych, a ponieważ współczynnik przy drugiej potędze zmiennej jest dodatni, więc wykres funkcji f leży powyżej osi odciętych. Zatem funkcja przyjmuje tylko wartości dodatnie.

Gdy $y = 0$, to $\Delta = 0$ i funkcja f ma dokładnie jedno miejsce zerowe: $x = 0$. Ponieważ współczynnik przy drugiej potędze zmiennej jest dodatni, więc żaden fragment wykresu funkcji f nie leży poniżej osi odciętych. Zatem funkcja f przyjmuje wartości dodatnie dla każdego $x \neq 0$.

Oznacza to, że dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$ i dla każdej liczby rzeczywistej y nierówność $5x^2 - 2yx + 2y^2 > 0$ jest prawdziwa.
Zatem nierówność $5x^2 + 2y^2 > 2xy$ również jest prawdziwa dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$ i dla każdej liczby rzeczywistej y. To należało wykazać.

Sposób IV (trójmian kwadratowy zmiennej y z parametrem x)
Przekształcamy równoważnie nierówność $5x^2 + 2y^2 > 2xy$ i otrzymujemy:

$$2y^2 - 2xy + 5x^2 > 0$$

Wyrażenie $2y^2 - 2xy + 5x^2$ traktujemy jako trójmian kwadratowy zmiennej y.
Obliczamy wyróżnik Δ trójmianu:

$$\Delta = (-2x)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5x^2$$

$$\Delta = 4x^2 - 40x^2$$

$$\Delta = -36x^2$$

Gdy $x \neq 0$, to $\Delta < 0$ i funkcja kwadratowa $f(y) = 2y^2 - 2xy + 5x^2$ zmiennej y nie ma miejsc zerowych, a ponieważ współczynnik przy drugiej potędze zmiennej jest dodatni, więc wykres funkcji f leży powyżej osi odciętych. Zatem funkcja przyjmuje tylko wartości dodatnie.

Oznacza to, że dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$ i dla każdej liczby rzeczywistej y nierówność $2y^2 - 2xy + 5x^2 > 0$ jest prawdziwa.
Zatem nierówność $5x^2 + 2y^2 > 2xy$ również jest prawdziwa dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$ i dla każdej liczby rzeczywistej y. To należało wykazać.

Zadanie 28. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	Zdający: G7.7) za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: $735\,000$ zł.

1 pkt – zapisanie układu równań pozwalającego obliczyć kwoty przyznane poszczególnym zespołom, np.

$x + y = 1\,200\,000$ oraz $0{,}13x + 0{,}11y = 146\,700$,

ALBO

– zapisanie równania z jedną niewiadomą pozwalającego obliczyć kwotę przyznaną zespołowi A, np.:

$2\% \cdot x = 14\,700$,

$0{,}13x + 0{,}11 \cdot (1\,200\,000 - x) = 146\,700$,

ALBO

– zapisanie równania z jedną niewiadomą pozwalającego obliczyć kwotę przyznaną zespołowi B, np.

$0{,}13 \cdot (1\,200\,000 - y) + 0{,}11y = 146\,700$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi:

1. Jeżeli zdający sprawdza warunki zadania dla wybranych par liczb x oraz y i wskaże właściwą odpowiedź, ale nie uzasadni, że jest to jedyne rozwiązanie zadania, to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.

2. Jeżeli zdający w rozwiązaniu używa wartości przybliżonych i otrzymuje wynik różny od $735\,000$, to może otrzymać co najwyżej **1 punkt** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Oznaczmy:

x – kwota przyznana zespołowi A,

y – kwota przyznana zespołowi B.

Po uwzględnieniu warunków zadania otrzymujemy:

$$x + y = 1\,200\,000 \quad \text{oraz} \quad 0{,}13x + 0{,}11y = 146\,700$$

Z pierwszego z tych równań wyznaczamy $y = 1\,200\,000 - x$ i podstawiamy w miejsce y do drugiego z równań, otrzymując

$$0{,}13x + 0{,}11 \cdot (1\,200\,000 - x) = 146\,700$$

$$0{,}13x + 132\,000 - 0{,}11x = 146\,700$$

$$0{,}02x = 14\,700$$
$$x = 735\,000$$

Zespół A otrzymał $735\,000$ zł.

Zadanie 29. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	Zdający: 5.3) stosuje wzór na n-ty wyraz […] ciągu arytmetycznego.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: $m = -2,\ m = \frac{5}{2}$.

1 pkt – zapisanie równania z jedną niewiadomą m, np.:

$\frac{2m + 11 + 5 - m}{2} = m^2 + 3$ lub $(m^2 + 3) - (2m + 11) = (5 - m) - (m^2 + 3)$.

ALBO

– zapisanie układu równań z dwiema niewiadomymi pozwalającego obliczyć m i r, np. $m^2 + 3 = 2m + 11 + r$ oraz $5 - m = 2m + 11 + 2r$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi:

1. Jeżeli zdający myli ciąg arytmetyczny z geometrycznym, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie, o ile nie nabył prawa do innej liczby punktów.

2. Jeżeli zdający nie uwzględnia istotnych nawiasów i rozwiązuje równanie postaci $(m^2 + 3) - 2m + 11 = (5 - m) - m^2 + 3$, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie, o ile nie nabył prawa do innej liczby punktów.

3. Jeżeli zdający zapisze bez stosownych obliczeń $m = \frac{5}{2}$ oraz $m = -2$ i nie uzasadni, że są to jedyne rozwiązania, to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie. Natomiast jeśli poda tylko jedną z tych wartości, to otrzymuje **0 punktów**.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I

Z własności ciągu arytmetycznego otrzymujemy:

$$\frac{2m + 11 + 5 - m}{2} = m^2 + 3$$
$$m + 16 = 2m^2 + 6$$
$$2m^2 - m - 10 = 0$$

Obliczamy wyróżnik trójmianu $2m^2 - m - 10$:

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-10) = 81$$

Stąd

$$m_1 = \frac{-(-1) - \sqrt{81}}{2 \cdot 2} = -2$$

$$m_2 = \frac{-(-1) + \sqrt{81}}{2 \cdot 2} = \frac{5}{2}$$

Zatem ciąg $(2m + 11,\ m^2 + 3,\ 5 - m)$ jest arytmetyczny dla $m = -2$ oraz dla $m = \frac{5}{2}$.

Sposób II

Z definicji/własności ciągu arytmetycznego otrzymujemy:

$$(m^2 + 3) - (2m + 11) = (5 - m) - (m^2 + 3)$$

Stąd

$$m^2 - 2m - 8 = -m^2 - m + 2$$

$$2m^2 - m - 10 = 0$$

$$2m^2 + 4m - 5m - 10 = 0$$

$$2m^2 + 4m - 5m - 10 = 0$$

$$2m(m + 2) - 5(m + 2) = 0$$

$$(m + 2)(2m - 5) = 0$$

$$m + 2 = 0 \quad \text{lub} \quad 2m - 5 = 0$$

$$m = -2 \quad \text{lub} \quad m = \frac{5}{2}$$

Zatem ciąg $(2m + 11,\ m^2 + 3,\ 5 - m)$ jest arytmetyczny dla $m = -2$ oraz dla $m = \frac{5}{2}$.

Sposób III

Ze wzoru na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego otrzymujemy:

$$\begin{cases} m^2 + 3 = 2m + 11 + r \\ 5 - m = 2m + 11 + 2r \end{cases}$$

gdzie r jest różnicą ciągu arytmetycznego. Stąd

$$\begin{cases} 2m^2 + 6 = 4m + 22 + 2r \\ 5 - m = 2m + 11 + 2r \end{cases}$$

Odejmujemy równania stronami i otrzymujemy:

$$2m^2 + 6 - 5 + m = 4m + 22 + 2r - 2m - 11 - 2r$$

$$2m^2 - m - 10 = 0$$

Obliczamy wyróżnik trójmianu $2m^2 - m - 10$:

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-10) = 81$$

Stąd

$$m_1 = \frac{-(-1) - \sqrt{81}}{2 \cdot 2} = -2$$

$$m_2 = \frac{-(-1) + \sqrt{81}}{2 \cdot 2} = \frac{5}{2}$$

Zatem ciąg $(2m + 11,\ m^2 + 3,\ 5 - m)$ jest arytmetyczny dla $m = -2$ oraz dla $m = \frac{5}{2}$.

Zadanie 30. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: G9.4) wyznacza średnią arytmetyczną i medianę zestawu danych.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawne wyniki: $\overline{x} = 4{,}25$ oraz $Me = 4{,}5$.

1 pkt – obliczenie średniej arytmetycznej ocen: $\overline{x} = 4{,}25$

ALBO

– obliczenie mediany ocen: $Me = 4{,}5$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Obliczamy średnią arytmetyczną ocen:

$$\overline{x} = \frac{1 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 5 + 7 \cdot 6}{24} = \frac{102}{24} = 4{,}25$$

Medianą ciągu 24 ocen uporządkowanego niemalejąco jest średnia arytmetyczna dwóch środkowych wyrazów tego ciągu (tzn. średnia arytmetyczna wyrazów dwunastego i trzynastego). Zatem

$$Me = \frac{4 + 5}{2} = 4{,}5$$

Zadanie 31. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	Zdający: 10.3) oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody obliczenia prawdopodobieństwa zdarzenia A i uzyskanie poprawnego wyniku: $P(A)=\frac{7}{20}$.

1 pkt – wypisanie wszystkich zdarzeń elementarnych *LUB* obliczenie/podanie liczby tych zdarzeń: $|\Omega|=5\cdot 4$, *LUB* sporządzenie tabeli o 20 polach odpowiadających zdarzeniom elementarnym, *LUB* sporządzenie pełnego drzewa stochastycznego
ALBO
– wypisanie (lub zaznaczenie w tabeli) wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A i niewypisanie żadnego niewłaściwego,
ALBO
– podanie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A: $|A|=7$, o ile nie zostały zliczone błędne pary,
ALBO
– sporządzenie fragmentu drzewa stochastycznego, który zawiera wszystkie gałęzie sprzyjające zdarzeniu A, **oraz** zapisanie prawdopodobieństwa na co najmniej jednym odcinku każdego z etapów doświadczenia,
ALBO
– podanie prawdopodobieństwa jednoelementowego zdarzenia (elementarnego): $\frac{1}{20}$,
ALBO
– zapisanie tylko $P(A)=\frac{7}{20}$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga:
Jeżeli zdający zapisuje tylko liczby 7 lub 20 i z rozwiązania nie wynika znaczenie tych liczb, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I
Zdarzeniami elementarnymi są wszystkie uporządkowane pary liczb (x,y), gdzie $x\in\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$ oraz $y\in\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$.
Liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych obliczamy z wykorzystaniem reguły mnożenia.
Moc zbioru Ω jest równa $5\cdot 4=20$.
Zdarzeniu A sprzyjają następujące zdarzenia elementarne:
$(1,2),(1,8),(3,6),(5,4),(7,2),(7,8),(9,6)$, więc moc zbioru A jest równa 7.

Zatem prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe $\frac{7}{20}$.

Sposób II

W tabeli literą $\mathcal{A}$ zaznaczamy zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniu A (pary liczb, których suma jest liczbą podzielną przez 3).

X \ Y	2	4	6	8
1	$\mathcal{A}$			$\mathcal{A}$
3			$\mathcal{A}$	
5		$\mathcal{A}$		
7	$\mathcal{A}$			$\mathcal{A}$
9			$\mathcal{A}$	

Moc zbioru Ω jest równa 20.

Zdarzeń sprzyjających wylosowaniu liczb, których suma jest podzielna przez 3, jest 7.

Zatem prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe $\frac{7}{20}$.

Zadanie 32. (0–4)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	Zdający: 4.9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie.

Zasady oceniania

4 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: $c = \frac{14}{3}$.

3 pkt – zapisanie wzoru funkcji f w postaci $f(x) = a(x-2)^2 + 6$ **oraz** obliczenie współczynnika a: $a = -\frac{1}{3}$

ALBO

– zapisanie układu trzech niezależnych równań z trzema niewiadomymi $a,\ b,\ c$ prowadzącego do obliczenia wartości współczynników a, b oraz c, np.:

$a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c = 3$ oraz

$a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c = 3$ oraz

$\frac{-(b^2-4ac)}{4a} = 6$

lub

$a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c = 3$ oraz

$a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c = 3$ oraz

$a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 6$

ALBO

– zapisanie wzoru funkcji g w postaci $g(x) = a(x+1)(x-5)$ **oraz** obliczenie współczynnika a: $a = -\frac{1}{3}$.

ALBO

– zapisanie wzoru funkcji f w postaci $f(x) = a(x+1)(x-5) + 3$ **oraz** obliczenie współczynnika a: $a = -\frac{1}{3}$.

2 pkt – zapisanie wzoru funkcji f w postaci $f(x) = a(x-2)^2 + 6$

ALBO

– zapisanie, że rzędna q wierzchołka paraboli jest równa 6: $q = 6$, **oraz** zapisanie jednego z równań:

$a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c = 3$ lub $a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c = 3$, lub $-\frac{b}{2a} = 2$,

ALBO

– zapisanie układu dwóch równań z trzema niewiadomymi $a,\ b,\ c$, z których jedno jest którymś z równań

$\frac{-(b^2-4ac)}{4a} = 6$ lub $a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 6$,

natomiast drugie jest jednym z równań
$a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c = 3$ lub $a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c = 3$, lub $-\frac{b}{2a} = 2$,
ALBO
– zapisanie wzoru funkcji g w postaci $g(x) = a(x+1)(x-5)$ **oraz** obliczenie współrzędnych wierzchołka paraboli będącej wykresem funkcji g: $W_g = (2, 3)$,
ALBO
– zapisanie wzoru funkcji f w postaci $f(x) = a(x+1)(x-5) + 3$ **oraz** obliczenie współrzędnych wierzchołka paraboli będącej wykresem funkcji f: $W_f = (2, 6)$.

1 pkt – zapisanie, że rzędna q wierzchołka paraboli jest równa 6: $q = 6$,
ALBO
– zapisanie, że odcięta p wierzchołka paraboli jest równa 2: $p = 2$,
ALBO
– zapisanie jednego równania z niewiadomymi a, b oraz c wynikającego z treści zadania, np. $a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c = 3$,
ALBO
– zapisanie wzoru funkcji g w postaci $g(x) = f(x) - 3$ **oraz** zapisanie wzoru funkcji g w postaci $g(x) = a(x+1)(x-5)$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi:
1. Jeżeli zdający błędnie przyjmie współrzędne wierzchołka paraboli $W = (6, 2)$, to za całe rozwiązanie otrzymuje **0 punktów**, o ile nie nabył prawa do innej liczby punktów.
2. Jeżeli zdający poprawnie obliczy/poda obie współrzędne wierzchołka paraboli, ale zapisze błędne równanie $3 = a(-1+2)^2 + 6$ lub $3 = a(5+2)^2 + 6$, a następnie konsekwentnie do popełnionego błędu rozwiąże zadanie do końca, to otrzymuje **2 punkty** za całe rozwiązanie.
3. Jeżeli zdający poprawnie zidentyfikuje miejsca zerowe funkcji g, ale zapisze błędne równanie $3 = a(2-1)(2+5)$ lub $3 = a(2-1)(2-5)$ lub $3 = a(2+1)(2+5)$, a następnie konsekwentnie do popełnionego błędu rozwiąże zadanie do końca, to otrzymuje **2 punkty** za całe rozwiązanie.
4. Jeżeli zdający poprawnie zidentyfikuje miejsca zerowe funkcji g, ale zapisze błędne równanie $6 = a(2+1)(2-5)$, to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie (za wyznaczenie pierwszej współrzędnej wierzchołka paraboli).

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I
Parabola, która jest wykresem funkcji f, przechodzi przez punkty $A = (-1, 3)$ i $B = (5, 3)$. Punkty A i B mają równe rzędne, więc są symetryczne względem osi symetrii tej paraboli, stąd odcięta p wierzchołka tej paraboli jest równa $\frac{-1+5}{2} = 2$.
Ponieważ zbiorem wartości funkcji f jest przedział $(-\infty, 6\rangle$, więc rzędna q wierzchołka paraboli jest równa 6. Zatem wierzchołek W paraboli ma współrzędne $W = (2, 6)$.

Korzystamy ze wzoru na postać kanoniczną funkcji kwadratowej i zapisujemy:

$$f(x) = a(x-2)^2 + 6, \text{ gdzie } a \neq 0$$

Punkt $(-1, 3)$ leży na wykresie funkcji f, więc

$$f(-1) = 3$$

$$a(-1-2)^2 + 6 = 3$$

$$9a = -3$$

$$a = -\frac{1}{3}$$

Zatem $f(x) = -\frac{1}{3}(x-2)^2 + 6$.

Obliczamy wartość współczynnika c:

$$c = f(0) = -\frac{1}{3}(0-2)^2 + 6 = -\frac{4}{3} + 6 = \frac{14}{3}$$

Sposób II

Parabola, która jest wykresem funkcji f, przechodzi przez punkty $A = (-1, 3)$ i $B = (5, 3)$, więc

$$\begin{cases} f(-1) = 3 \\ f(5) = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c = 3 \\ a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b + c = 3 \\ 25a + 5b + c = 3 \end{cases}$$

Odejmując równania stronami, otrzymujemy:

$$(a - b + c) - (25a + 5b + c) = 3 - 3$$

$$-24a - 6b = 0$$

$$b = -4a$$

Ponieważ zbiorem wartości funkcji f jest przedział $(-\infty, 6\rangle$, więc rzędna q wierzchołka paraboli jest równa 6.
Stąd

$$\frac{-\Delta}{4a} = 6$$

$$\frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} = 6$$

Podstawiamy do ostatniego równania w miejsce b wyrażenie $(-4a)$ i otrzymujemy:

$$\frac{-((-4a)^2-4ac)}{4a}=6$$

$$\frac{4a\cdot(-4a+c)}{4a}=6$$

$$-4a+c=6$$

$$a=\frac{c-6}{4}$$

Z uzyskanych wcześniej równań $a-b+c=3$, $b=-4a$ oraz $a=\frac{c-6}{4}$ obliczamy c:

$$a-b+c=3$$

$$a+4a+c=3$$

$$5a+c=3$$

$$5\left(\frac{c-6}{4}\right)+c=3$$

$$5c-30+4c=12$$

$$9c=42$$

$$c=\frac{42}{9}=\frac{14}{3}$$

Sposób III

Punkty A i B mają równe rzędne, więc są symetryczne względem osi symetrii tej paraboli, stąd odcięta p wierzchołka tej paraboli jest równa $\frac{-1+5}{2}=2$.

Ponieważ zbiorem wartości funkcji f jest przedział $(-\infty,6\rangle$, więc rzędna q wierzchołka paraboli jest równa 6. Zatem wierzchołek W paraboli ma współrzędne $W=(2,6)$.

Punkty $(-1,3)$, $(5,3)$, $(2,6)$ leżą na wykresie funkcji f, zatem

$$\begin{cases} f(-1)=3 \\ f(5)=3 \\ f(2)=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a\cdot(-1)^2+b\cdot(-1)+c=3 \\ a\cdot 5^2+b\cdot 5+c=3 \\ a\cdot 2^2+b\cdot 2+c=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b+c=3 \\ 25a+5b+c=3 \\ 4a+2b+c=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=a+c-3 \\ 25a+5b+c=3 \\ 4a+2b+c=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 25a+5(a+c-3)+c=3 \\ 4a+2(a+c-3)+c=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 25a+5a+5c-15+c=3 \\ 4a+2a+2c-6+c=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30a+6c=18 \\ 6a+3c=12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5\cdot 6a+6c=18 \\ 6a=-3c+12 \end{cases}$$

Stąd

$$5\cdot(-3c+12)+6c=18$$

$$-15c+60+6c=18$$

$$-9c=-42$$

$$c=\frac{-42}{-9}=\frac{14}{3}$$

Sposób IV

Parabola, która jest wykresem funkcji f, przechodzi przez punkty $A=(-1,3)$ i $B=(5,3)$. Punkty A i B mają równe rzędne, więc są symetryczne względem osi symetrii tej paraboli. Zatem odcięta p wierzchołka tej paraboli jest równa

$$p=\frac{-1+5}{2}=2$$

Stąd

$$\frac{-b}{2a}=2$$

$$b=-4a$$

Ponieważ zbiorem wartości funkcji f jest przedział $(-\infty,6\rangle$, więc rzędna q wierzchołka paraboli jest równa 6.
Stąd

$$\frac{-\Delta}{4a}=6$$

$$\frac{-(b^2-4ac)}{4a}=6$$

Podstawiamy do ostatniego równania w miejsce b wyrażenie $(-4a)$ i otrzymujemy:

$$\frac{-((-4a)^2-4ac)}{4a}=6$$

$$\frac{4a\cdot(-4a+c)}{4a}=6$$

$$-4a+c=6$$

$$c = 4a + 6$$

Punkt $A = (-1, 3)$ leży na wykresie funkcji f, zatem

$$f(-1) = 3$$
$$a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c = 3$$
$$a - b + c = 3$$

Z uzyskanych równań obliczamy a:

$$a - (-4a) + 4a + 6 = 3$$
$$9a = -3$$
$$a = -\frac{1}{3}$$

Zatem

$$c = 4a + 6 = 4 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 6 = -\frac{4}{3} + 6 = \frac{14}{3}$$

Sposób V

Rozważmy funkcję kwadratową g określoną dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $g(x) = f(x) - 3$.

Wykres funkcji g przechodzi przez punkty $(-1, 0)$ i $(5, 0)$, więc miejscami zerowymi funkcji g są liczby (-1) oraz 5. Zatem wzór funkcji g możemy zapisać w postaci iloczynowej $g(x) = a(x + 1)(x - 5)$.

Zbiorem wartości funkcji g jest przedział $(-\infty, 3\rangle$, więc rzędna q wierzchołka paraboli, która jest wykresem funkcji g, jest równa 3.

Odcięta p wierzchołka tej paraboli jest równa $\frac{-1+5}{2} = 2$.

Ponieważ $g(2) = 3$, więc

$$a(2 + 1)(2 - 5) = 3$$
$$-9a = 3$$
$$a = -\frac{1}{3}$$

Zapisujemy wzór funkcji g w postaci ogólnej

$$g(x) = -\frac{1}{3}(x + 1)(x - 5) = -\frac{1}{3}(x^2 - 4x - 5) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$$

Zapisujemy wzór funkcji f w postaci ogólnej

$$f(x) = g(x) + 3 = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{5}{3} + 3 = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{14}{3}$$

Stąd otrzymujemy wartość szukanego współczynnika: $c = \frac{14}{3}$.

Zadanie 33. (0–4)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	Zdający: 9.3) rozpoznaje […] w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą) […]; 9.6) stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości.

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia objętości i pola powierzchni całkowitej stożka **oraz** poprawne wyniki: $V = 64\pi$ i $P_c = 48\pi + 32\pi\sqrt{3}$.

3 pkt – obliczenie objętości stożka: $V = 64\pi$

ALBO

– zapisanie wysokości stożka: $H = 4$ **oraz** obliczenie pola powierzchni całkowitej stożka: $P_c = 48\pi + 32\pi\sqrt{3}$,

ALBO

– zapisanie objętości stożka w zależności od tworzącej l, np. $V = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{l\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{l}{2}$ **oraz** obliczenie pola powierzchni całkowitej stożka: $P_c = 48\pi + 32\pi\sqrt{3}$.

2 pkt – zapisanie promienia podstawy stożka: $r = 4\sqrt{3}$ **oraz** zapisanie wysokości stożka: $H = 4$

ALBO

– obliczenie kwadratu promienia podstawy stożka: $r^2 = 48$ **oraz** zapisanie wysokości stożka: $H = 4$,

ALBO

– obliczenie pola powierzchni całkowitej stożka: $P_c = 48\pi + 32\pi\sqrt{3}$,

ALBO

– zapisanie wysokości stożka: $H = 4$ **oraz** wyznaczenie objętości stożka w zależności od H, np. $V = \frac{1}{3}\pi\left(H\sqrt{3}\right)^2 \cdot H$,

ALBO

– zapisanie promienia podstawy stożka: $r = 4\sqrt{3}$ **oraz** wyznaczenie objętości stożka w zależności od r, np. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot \frac{r}{\sqrt{3}}$,

ALBO

– wyznaczenie objętości stożka w zależności od tworzącej l, np. $V = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{l\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{l}{2}$.

1 pkt – zapisanie promienia podstawy stożka: $r = 4\sqrt{3}$

ALBO

– zapisanie wysokości stożka: $H = 4$,

ALBO

– obliczenie kwadratu promienia podstawy stożka: $r^2 = 48$,

ALBO

– zapisanie układu równań pozwalającego obliczyć r oraz H, np.:

$r = x\sqrt{3}$ oraz $H = x$ oraz $l = 2x$ oraz $l = 8$,

$\frac{r}{8} = \sin 60°$ oraz $\frac{H}{8} = \cos 60°$,

$\frac{1}{2} \cdot 2r \cdot H = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 \cdot \sin 120°$ oraz $r^2 + H^2 = 8^2$,

$(2r)^2 = 8^2 + 8^2 - 2 \cdot 8 \cdot 8 \cdot \cos 120°$ oraz $r^2 + H^2 = 8^2$,

ALBO

– wyznaczenie objętości stożka w zależności od H, np. $V = \frac{1}{3}\pi\left(H\sqrt{3}\right)^2 \cdot H$,

ALBO

– wyznaczenie objętości stożka w zależności od r, np. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot \frac{r}{\sqrt{3}}$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi:

1. Jeżeli zdający przyjmuje w rozwiązaniu, że:

a) trójkąt SOB jest trójkątem równobocznym,
b) wysokość stożka jest równa 8, lub
c) promień podstawy stożka jest równy 8,

to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

2. Jeżeli jedynym błędem zdającego jest:

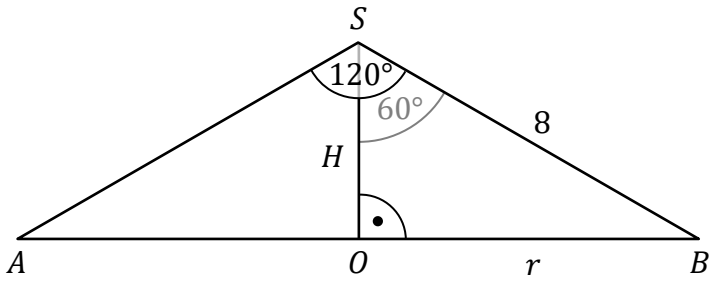
a) zastosowanie niepoprawnej definicji jednej funkcji trygonometrycznej,
b) błędne zastosowanie twierdzenia Pitagorasa,
c) błędne zastosowanie twierdzenia cosinusów,
d) zastosowanie niepoprawnej tożsamości $\sqrt{x^2 + y^2} = x + y$,
e) błędne zastosowanie własności trójkąta o kątach $30°$, $60°$, $90°$ (tzn. zapisanie, że promień podstawy stożka jest równy 4 i wysokość stożka jest równa $4\sqrt{3}$), lub
f) przyjęcie, że kąt $120°$ to kąt wycinka koła o promieniu 8 tworzącego powierzchnię boczną stożka,

i rozwiązanie zostanie doprowadzone konsekwentnie do końca, to zdający może otrzymać co najwyżej **2 punkty** za całe rozwiązanie (za konsekwentne obliczenie objętości i pola powierzchni całkowitej stożka).
Jeżeli zdający popełni więcej niż jeden z wymienionych błędów a)–f), to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie, o ile nie nabył prawa do innej liczby punktów (np. za zapisanie wysokości stożka: $H = 4$).

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I

Przyjmujemy oznaczenia jak na rysunku, przedstawiającym przekrój osiowy rozważanego stożka:
S – wierzchołek stożka,
O – spodek wysokości stożka,
r – promień podstawy stożka,
H – wysokość stożka.



Zauważamy, że $r > 0$ i $H > 0$.

Ponieważ O jest spodkiem wysokości stożka, to $|\sphericalangle OSB| = 60°$.

W trójkącie prostokątnym OBS mamy

$$\sin 60° = \frac{|OB|}{|SB|} = \frac{r}{8}$$

Zatem

$$r = 8 \cdot \sin 60° = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

Ponadto

$$\cos 60° = \frac{|SO|}{|SB|} = \frac{H}{8}$$

Stąd

$$H = 8 \cdot \cos 60° = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4$$

Obliczamy objętość V stożka:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot H = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(4\sqrt{3}\right)^2 \cdot 4 = 64\pi$$

Obliczamy pole powierzchni całkowitej P_c stożka:

$$P_c = \pi \cdot r \cdot (r + l) = \pi \cdot 4\sqrt{3} \cdot \left(4\sqrt{3} + 8\right) = 48\pi + 32\pi\sqrt{3}$$

Sposób II

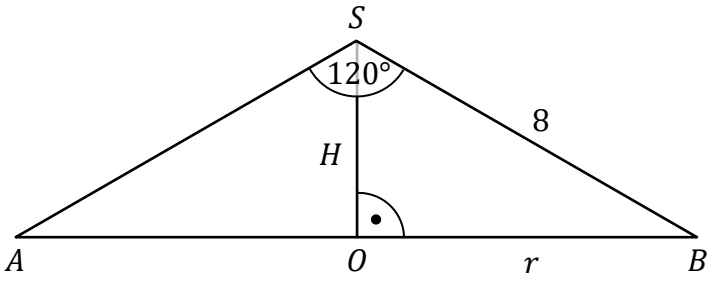
Przyjmujemy oznaczenia jak na rysunku, przedstawiającym przekrój osiowy rozważanego stożka:

S – wierzchołek stożka,

O – spodek wysokości stożka,

r – promień podstawy stożka,

H – wysokość stożka.



Zauważamy, że $r > 0$ i $H > 0$.

Korzystamy z twierdzenia cosinusów dla trójkąta ABS i otrzymujemy:

$$(2r)^2 = 8^2 + 8^2 - 2 \cdot 8 \cdot 8 \cdot \cos 120°$$

$$4r^2 = 128 - 128 \cdot \cos 120°$$

Ponieważ $\cos 120° = -\cos 60° = -\frac{1}{2}$, więc

$$4r^2 = 128 - 128 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$4r^2 = 192$$

$$r^2 = 48$$

$$r = 4\sqrt{3}$$

Korzystamy z twierdzenia Pitagorasa dla trójkąta OBS i obliczamy wysokość stożka:

$$H^2 = 8^2 - r^2$$

$$H^2 = 64 - 48$$

$$H^2 = 16$$

$$H = 4$$

Obliczamy objętość V stożka:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot H = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 48 \cdot 4 = 64\pi$$

Obliczamy pole powierzchni całkowitej P_c stożka:

$$P_c = \pi \cdot r \cdot (r + l) = \pi \cdot 4\sqrt{3} \cdot \left(4\sqrt{3} + 8\right) = 48\pi + 32\pi\sqrt{3}$$

Sposób III

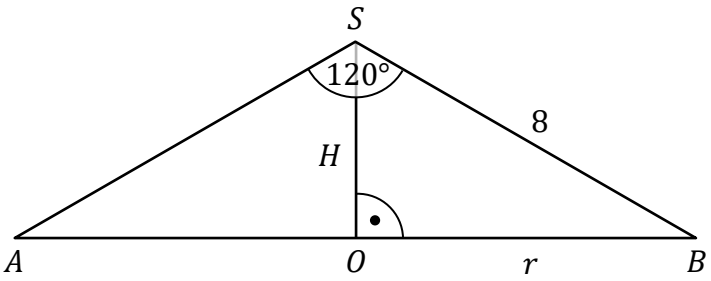
Przyjmujemy oznaczenia jak na rysunku, przedstawiającym przekrój osiowy rozważanego stożka:

S – wierzchołek stożka,

O – spodek wysokości stożka,

r – promień podstawy stożka,

H – wysokość stożka.



Zauważamy, że $r > 0$ i $H > 0$.

Pole trójkąta ABS jest równe

$$P_{ABS} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 \cdot \sin 120° = 32 \cdot \sin 60° = 32 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3}$$

Zatem

$$\frac{1}{2} \cdot 2r \cdot H = 16\sqrt{3}$$

stąd

$$r \cdot H = 16\sqrt{3}$$

Korzystamy z twierdzenia cosinusów dla trójkąta ABS i otrzymujemy:

$$(2r)^2 = 8^2 + 8^2 - 2 \cdot 8 \cdot 8 \cdot \cos 120°$$

$$4r^2 = 128 - 128 \cdot (-\cos 60°)$$

$$4r^2 = 128 - 128 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$4r^2 = 192$$

$$r^2 = 48$$

$$r = 4\sqrt{3}$$

Obliczamy objętość V stożka:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot H = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r \cdot r \cdot H = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4\sqrt{3} \cdot 16\sqrt{3} = 64\pi$$

Obliczamy pole powierzchni całkowitej P_c stożka:

$$P_c = \pi \cdot r \cdot (r + l) = \pi \cdot 4\sqrt{3} \cdot \left(4\sqrt{3} + 8\right) = 48\pi + 32\pi\sqrt{3}$$

Zadanie 34. (0–5)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	Zdający: 8.1) wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej); 8.3) wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt; 8.4) oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych; 8.6) oblicza odległość dwóch punktów.

Zasady oceniania

5 pkt – poprawna metoda obliczenia współrzędnych punktu D oraz długości odcinka BD

oraz podanie poprawnych wyników: $D=\left(-\frac{22}{5},\frac{19}{5}\right)$, $|BD|=\frac{13\sqrt{5}}{5}$.

4 pkt – obliczenie współrzędnych punktu D: $D=\left(-\frac{22}{5},\frac{19}{5}\right)$

ALBO

– obliczenie długości odcinka BD: $|BD|=|AE|=\frac{13\sqrt{5}}{5}$.

3 pkt – zapisanie równania prostej AD, np. $y=-2x-5$ **oraz** zapisanie równania prostej CD, np. $y=\frac{1}{2}x+6$

ALBO

– zapisanie równania, w którym niewiadomą jest jedna ze współrzędnych punktu D, np. $\frac{|1\cdot x_d-2\cdot(-2x_d-5)+0|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\frac{12}{\sqrt{5}}$,

ALBO

– obliczenie odległości d punktu C od prostej AB: $d=\frac{12}{\sqrt{5}}$ **oraz** obliczenie długości odcinka AB: $|AB|=\sqrt{5}$.

2 pkt – zapisanie równania prostej AD, np. $y=-2x-5$

ALBO

– zapisanie równania prostej CD, np. $y=\frac{1}{2}x+6$,

ALBO

– obliczenie odległości d punktu C od prostej AB: $d=\frac{12}{\sqrt{5}}$.

1 pkt – obliczenie współczynnika kierunkowego prostej AB (lub CD): $a_{AB} = \frac{1}{2}$ (lub $a_{CD} = \frac{1}{2}$)

ALBO

– zapisanie równania prostej AB w postaci ogólnej: $x - 2y = 0$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga:
Jeżeli jedynym błędem zdającego jest:

a) zastosowanie niepoprawnego wzoru na współczynnik kierunkowy prostej,
b) zastosowanie niepoprawnego związku między współczynnikami kierunkowymi prostych równoległych,
c) zastosowanie niepoprawnego związku między współczynnikami kierunkowymi prostych prostopadłych, lub
d) zastosowanie niepoprawnego wzoru na odległość punktu od prostej,

i rozwiązanie zostanie doprowadzone konsekwentnie do końca, to zdający może otrzymać co najwyżej **3 punkty** za całe rozwiązanie.
Jeżeli zdający popełni więcej niż jeden z wymienionych błędów a)–d), to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie, o ile nie nabył prawa do innej liczby punktów.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I
Obliczamy współczynnik kierunkowy prostej AB:

$$a_{AB} = \frac{0-(-1)}{0-(-2)} = \frac{1}{2}$$

Prosta CD jest równoległa do prostej AB, zatem współczynnik kierunkowy prostej CD jest równy $\frac{1}{2}$. Wyznaczamy równanie prostej CD:

$$y = \frac{1}{2}(x-4) + 8$$

$$y = \frac{1}{2}x + 6$$

Prosta AD jest prostopadła do prostej AB, zatem współczynnik kierunkowy prostej AD jest równy (-2). Wyznaczamy równanie prostej AD:

$$y = -2(x+2) - 1$$

$$y = -2x - 5$$

Punkt D jest punktem wspólnym prostych CD i AD, zatem współrzędne tego punktu są rozwiązaniem układu równań

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 6 \\ y = -2x - 5 \end{cases}$$

Stąd

$$\frac{1}{2}x + 6 = -2x - 5$$

$$\frac{5}{2}x = -11$$

$$x = -\frac{22}{5}$$

$$y = -2 \cdot \left(-\frac{22}{5}\right) - 5 = \frac{19}{5}$$

Zatem $D = \left(-\frac{22}{5}, \frac{19}{5}\right)$.

Obliczamy długość odcinka BD:

$$|BD| = \sqrt{\left(-\frac{22}{5} - 0\right)^2 + \left(\frac{19}{5} - 0\right)^2} = \sqrt{\frac{484}{25} + \frac{361}{25}} = \sqrt{\frac{845}{25}} = \frac{13\sqrt{5}}{5}$$

Sposób II

Wyznaczamy równanie prostej AB:

$$(y + 1)(0 + 2) - (0 + 1)(x + 2) = 0$$

$$2y + 2 - x - 2 = 0$$

$$x - 2y = 0$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

Prosta AD jest prostopadła do prostej AB, zatem współczynnik kierunkowy prostej AD jest równy (-2). Wyznaczamy równanie prostej AD:

$$y = -2(x + 2) - 1$$

$$y = -2x - 5$$

Punkt D leży na tej prostej, stąd $y_d = -2x_d - 5$.

Obliczamy odległość d punktu C od prostej AB:

$$d = \frac{|1 \cdot 4 - 2 \cdot 8 + 0|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

Odległość punktu D od prostej AB jest także równa $\frac{12}{\sqrt{5}}$, stąd otrzymujemy równanie

$$\frac{|1 \cdot x_d - 2 \cdot (-2x_d - 5) + 0|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{|5 \cdot x_d + 10|}{\sqrt{5}} = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

$$5 \cdot |x_d + 2| = 12$$

$$|x_d + 2| = \frac{12}{5}$$

$$x_d + 2 = \frac{12}{5} \quad \text{lub} \quad x_d + 2 = -\frac{12}{5}$$

$$\left(x_d = \frac{2}{5} \text{ i } y_d = -2 \cdot \frac{2}{5} - 5 = -\frac{29}{5}\right) \quad \text{lub} \quad \left(x_d = -\frac{22}{5} \text{ i } y_d = -2 \cdot \left(-\frac{22}{5}\right) - 5 = \frac{19}{5}\right)$$

Punkt D leży po tej samej stronie prostej AB co punkt C, zatem $D = \left(-\frac{22}{5}, \frac{19}{5}\right)$.

Obliczamy długość odcinka BD:

$$|BD| = \sqrt{\left(-\frac{22}{5} - 0\right)^2 + \left(\frac{19}{5} - 0\right)^2} = \sqrt{\frac{484}{25} + \frac{361}{25}} = \sqrt{\frac{845}{25}} = \frac{13\sqrt{5}}{5}$$

Sposób III

Wyznaczamy równanie prostej AB:

$$(y + 1)(0 + 2) - (0 + 1)(x + 2) = 0$$

$$2y + 2 - x - 2 = 0$$

$$x - 2y = 0$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

Obliczamy odległość d punktu C od prostej AB:

$$d = \frac{|1 \cdot 4 - 2 \cdot 8 + 0|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

Oznaczmy przez E rzut prostokątny punktu B na prostą CD. Wtedy

$$|BE| = d = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

Obliczamy długość odcinka AB:

$$|AB| = \sqrt{(0 + 2)^2 + (0 + 1)^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$$

Korzystamy z twierdzenia Pitagorasa i obliczamy długość odcinka AE:

$$|AE|^2 = |AB|^2 + |BE|^2$$

$$|AE|^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 + \left(\frac{12}{\sqrt{5}}\right)^2$$

$$|AE|^2 = 5 + \frac{144}{5} = \frac{169}{5}$$

$$|AE| = \sqrt{\frac{169}{5}} = \frac{13}{\sqrt{5}} = \frac{13\sqrt{5}}{5}$$

Zatem

$$|BD| = |AE| = \frac{13\sqrt{5}}{5}$$

Prosta AD jest prostopadła do prostej AB, zatem współczynnik kierunkowy prostej AD jest równy (-2). Wyznaczamy równanie prostej AD:

$$y = -2(x+2) - 1$$

$$y = -2x - 5$$

Punkt D leży na tej prostej, stąd $y_d = -2x_d - 5$.
Obliczamy współrzędne punktu D:

$$\sqrt{(x_d - 0)^2 + (y_d - 0)^2} = \frac{13\sqrt{5}}{5}$$

$$\sqrt{x_d^2 + (-2x_d - 5)^2} = \frac{13\sqrt{5}}{5}$$

$$x_d^2 + (-2x_d - 5)^2 = \frac{169}{5}$$

$$x_d^2 + 4x_d^2 + 20x_d + 25 = \frac{169}{5}$$

$$25x_d^2 + 100x_d + 125 = 169$$

$$25x_d^2 + 110x_d - 10x_d - 44 = 0$$

$$5x_d(5x_d + 22) - 2(5x_d + 22) = 0$$

$$(5x_d - 2)(5x_d + 22) = 0$$

$$5x_d - 2 = 0 \quad \text{lub} \quad 5x_d + 22 = 0$$

$$\left(x_d = \frac{2}{5} \text{ i } y_d = -2 \cdot \frac{2}{5} - 5 = -\frac{29}{5}\right) \quad \text{lub} \quad \left(x_d = -\frac{22}{5} \text{ i } y_d = -2 \cdot \left(-\frac{22}{5}\right) - 5 = \frac{19}{5}\right)$$

Punkt D leży po tej samej stronie prostej AB co punkt C, zatem $D = \left(-\frac{22}{5}, \frac{19}{5}\right)$.

Ocena prac osób ze stwierdzoną dyskalkulią

Obowiązują **Zasady oceniania** stosowane przy sprawdzaniu prac zdających bez stwierdzonej dyskalkulii z dodatkowym uwzględnieniem:

a) **ogólnych zasad oceniania** zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią (punkty 1.–12.);

b) dodatkowych **szczegółowych zasad oceniania** zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią – egzamin maturalny z matematyki, poziom podstawowy, termin główny 2025.

I. **Ogólne zasady oceniania** zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią

1. Nie należy traktować jako błędy merytoryczne pomyłek, wynikających z:
   - błędnego przepisania
   - przestawienia cyfr
   - zapisania innej cyfry, ale o podobnym wyglądzie
   - przestawienia położenia przecinka
   - przestawienia położenia znaku liczby.

2. W przypadku błędów, wynikających ze zmiany znaku liczby, należy w każdym zadaniu oddzielnie przeanalizować, czy zdający opanował inne umiejętności, poza umiejętnościami rachunkowymi, oceniane w zadaniu. W przypadku opanowania badanych umiejętności zdający powinien otrzymać przynajmniej 1 punkt.

3. We wszystkich zadaniach otwartych, w których wskazano poprawną metodę rozwiązania, części lub całości zadania, zdającemu należy przyznać przynajmniej 1 punkt, zgodnie z kryteriami do poszczególnych zadań.

4. Jeśli zdający przedstawia nieprecyzyjne zapisy, na przykład pomija nawiasy lub zapisuje nawiasy w niewłaściwych miejscach, ale przeprowadza poprawne rozumowanie lub stosuje właściwą strategię, to może otrzymać przynajmniej 1 punkt za rozwiązanie zadania.

5. W przypadku zadania wymagającego wyznaczenia pierwiastków trójmianu kwadratowego zdający może otrzymać 1 punkt, jeżeli przedstawi poprawną metodę wyznaczania pierwiastków trójmianu kwadratowego, przy podanych w treści zadania wartościach liczbowych.

6. W przypadku zadania wymagającego rozwiązania nierówności kwadratowej zdający może otrzymać 1 punkt, jeżeli stosuje poprawny algorytm rozwiązywania nierówności kwadratowej, przy podanych w treści zadania wartościach liczbowych.

7. W przypadku zadania wymagającego stosowania własności funkcji kwadratowej zdający może otrzymać 1 punkt za wykorzystanie konkretnych własności funkcji kwadratowej, istotnych przy poszukiwaniu rozwiązania.

8. W przypadku zadania wymagającego zastosowania własności ciągów arytmetycznych lub geometrycznych zdający może otrzymać 1 punkt, jeżeli przedstawi wykorzystanie takiej własności ciągu, która umożliwia znalezienie rozwiązania zadania.

9. W przypadku zadania wymagającego analizowania figur geometrycznych na płaszczyźnie kartezjańskiej zdający może otrzymać punkty, jeżeli przy poszukiwaniu rozwiązania przedstawi poprawne rozumowanie, wykorzystujące własności figur geometrycznych lub zapisze zależności, pozwalające rozwiązać zadanie.
10. W przypadku zadania z rachunku prawdopodobieństwa zdający może otrzymać przynajmniej 1 punkt, jeśli przy wyznaczaniu liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających rozważanemu zdarzeniu przyjmuje określoną regularność lub podaje prawidłową metodę wyznaczenia tej liczby zdarzeń elementarnych.
11. W przypadku zadania z geometrii zdający może otrzymać przynajmniej 1 punkt, jeżeli podaje poprawną metodę wyznaczenia długości odcinka potrzebnej do znalezienia rozwiązania.
12. W przypadku zadania wymagającego przeprowadzenia dowodu (z zakresu algebry lub geometrii), jeśli w przedstawionym rozwiązaniu zdający powoła się na własność, która wyznacza istotny postęp, prowadzący do przeprowadzenia dowodu, to może otrzymać 1 punkt.

II. Dodatkowe **szczegółowe zasady oceniania** zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią

Zadanie 26.

1 pkt – zastosowanie poprawnej metody obliczenia pierwiastków trójmianu kwadratowego $6x^2 - 11x + 3$, tzn. zastosowanie wzorów na pierwiastki trójmianu kwadratowego i obliczenie tych pierwiastków
ALBO
– konsekwentne (do otrzymanego w wyniku popełnienia błędów o charakterze dyskalkulicznym ujemnego wyróżnika) narysowanie paraboli,
ALBO
– poprawne rozwiązanie nierówności $3(2x^2 + 1) < 0$ (tzn. stosuje się punkt 6. ogólnych zasad oceniania),
ALBO
– konsekwentne (do wyznaczonych przez siebie pierwiastków oraz rozpatrywanego trójmianu i nierówności) wyznaczenie zbioru rozwiązań nierówności.

Uwagi:

1. Jeżeli zdający, rozwiązując nierówność, pomyli porządek liczb na osi liczbowej i zapisze zbiór rozwiązań nierówności w postaci $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{3}\right)$, to może otrzymać **2 punkty** za całe rozwiązanie.
2. Nie stosuje się uwag 2. i 3. z zasad oceniania arkusza standardowego.
3. Akceptowane jest zapisanie pierwiastków trójmianu w postaci $a + b\sqrt{c}$, gdzie a, b, c są liczbami wymiernymi.

Zadanie 27.

Stosuje się zasady oceniania arkusza standardowego.

Zadanie 28.

1 pkt – zapisanie równania $13\% \cdot x + 11\% \cdot y = 146\,700$.

Zadanie 29.

1 pkt – zapisanie równania z dwiema niewiadomymi: m oraz r (gdzie r jest różnicą ciągu arytmetycznego), np. $2m + 11 + r = m^2 + 3$.

Zadanie 30.

Stosuje się zasady oceniania arkusza standardowego.

Zadanie 31.

1 pkt – zapisanie jedynie liczby 20 (należy traktować to jako wyznaczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych).

Uwagi:

1. W ocenie rozwiązania tego zadania (dla zdających z dyskalkulią) nie stosuje się uwagi ze standardowych zasad oceniania.
2. Jeżeli zdający poprawnie wypisze/zaznaczy wszystkie zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniu A, lecz popełni błąd w ich zliczeniu (np. $|A| = 6$) i konsekwentnie zapisze wynik (np. $\frac{6}{20}$), to otrzymuje **2 punkty**.

Zadanie 32.

Stosuje się zasady oceniania arkusza standardowego.

Zadanie 33.

1 pkt – zastosowanie definicji funkcji trygonometrycznej lub związków miarowych w trójkącie o kątach $30°$, $60°$, $90°$ i zapisanie równania z jedną niewiadomą (wysokością stożka lub promieniem podstawy stożka), np.: $\frac{H}{8} = \cos 60°$, $\frac{r}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Zadanie 34.

Stosuje się zasady oceniania arkusza standardowego.