Schematy punktowania zadań do Arkusza II

Zadanie 12.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Zapisanie wyrażenia $\frac{x(x-1)(x-2)}{x^2-3x+2}$ w prostszej postaci. Odp. x.	1
2.	Obliczenie granicy funkcji f w punkcie $x=1$. Odp. 1.	1
3.	Obliczenie granicy funkcji f w punkcie $x=2$. Odp. 2	1
4.	Sformułowanie odpowiedzi. Odp. Funkcja f jest ciągła w punkcie $x=1$; funkcja f nie jest ciągła w punkcie $x=2$. *Za każdą część odpowiedzi – 1 punkt.*	2

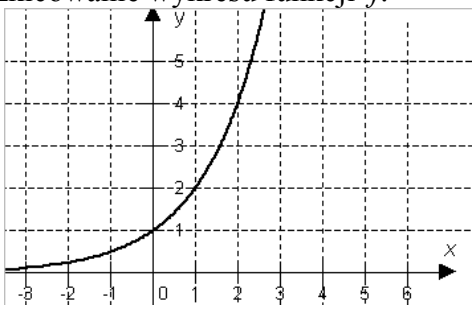
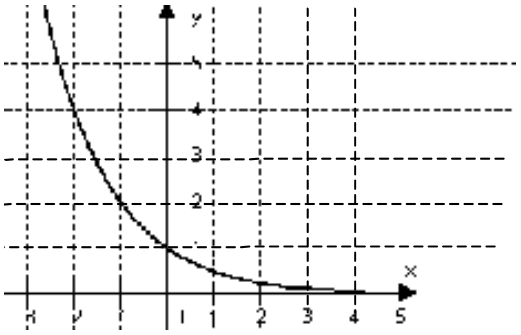
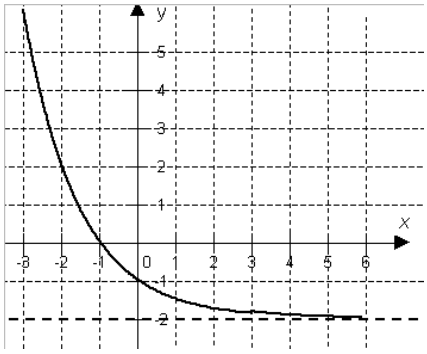
Zadanie 13.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Obliczenie $P(B)$. Odp. $P(B)=\frac{1}{4}$.	1
2.	Obliczenie $P(A\cap B)$. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ Odp. $P(A\cap B)=\frac{1}{8}$.	1
3.	Porównanie liczb $P(A\cap B)$ oraz $P(A)\cdot P(B)$ i zapisanie odpowiedzi, że zdarzenia A i B są niezależne.	1

Zadanie 14.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Ustalenie, że punkt D jest obrazem punktu A oraz punkt C jest obrazem punktu B. *Fakt ten może być opisany słownie, przedstawiony rysunkiem lub wykorzystany podczas rozwiązania.*	1
2.	Wyznaczenie równania prostej AD. Odp. $y=0$.	1
3.	Wyznaczenie równania prostej BC. Odp. $y=2x-2$.	1
4.	Wyznaczenie współrzędnych środka jednokładności. Odp. $(1,0)$.	1

Zadanie 15.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Naszkicowanie wykresu funkcji f. Odp. 	1
2.	Wyznaczenie wzoru funkcji $f \circ g$. Odp. $(f \circ g)(x) = 2^{-x}$.	1
3.	Naszkicowanie wykresu funkcji $f \circ g$. Odp. 	1
4.	Wyznaczenie wzoru funkcji $h \circ f \circ g$. Odp. $(h \circ f \circ g)(x) = 2^{-x} - 2$.	1
5.	Naszkicowanie wykresu funkcji $h \circ f \circ g$. Odp. 	1

Zadanie 16.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Zapisanie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych za pomocą symbolu Newtona. Odp. $\binom{42}{5}$.	1
2.	Obliczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych. Odp. 850668.	1
3.	Zapisanie liczby zdarzeń sprzyjających trafieniu co najmniej 4 spośród 5 liczb z wykorzystaniem symbolu Newtona. Odp. $\binom{5}{4}\binom{37}{1}+1$.	1

4.	Obliczenie liczby zdarzeń sprzyjających. Odp. 186.	1
5.	Obliczenie prawdopodobieństwa trafienia co najmniej 4 spośród 5 liczb. $\frac{186}{850668} \approx 0{,}0002186$ Odp. 0,00022.	1

Zadanie 17.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Zapisanie równania w postaci $2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$.	1
2.	Zapisanie równania z niewiadomą $t = \sin x$. Odp. $2t^2 - 5t + 2 = 0$.	1
3.	Wyznaczenie rozwiązań równania $2t^2 - 5t + 2 = 0$. Odp. $t = 2$, $t = \frac{1}{2}$.	1
4.	Zapisanie, że równanie $\sin x = 2$ nie ma rozwiązań.	1
5.	Zapisanie rozwiązań równania $2\cos^2 x + 5\sin x - 4 = 0$. Odp. $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in C$ lub $x = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi, k \in C$. (Uznajemy też wynik zapisany w postaci. $x = 30^0 + k \cdot 360^0$, gdzie $k \in C$ lub $x = 150^0 + k \cdot 360^0$, gdzie $k \in C$).	1

Zadanie 18.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Wykonanie polecenia a). Odp. $y = \frac{5}{8}$. *Za podanie współczynnika kierunkowego stycznej lub wartości pochodnej funkcji f dla x=0 przyznajemy 1 punkt.*	2
2.	Podanie argumentu, dla którego funkcja f osiąga minimum. Odp. $x = 3$.	1
3.	Podanie minimum funkcji *f*. Odp. $f_{\min}(3) = -1$.	1
4.	Wykonanie polecenia c). Odp. Najmniejsza wartość funkcji *f* jest równa -1.	1

Zadanie 19.

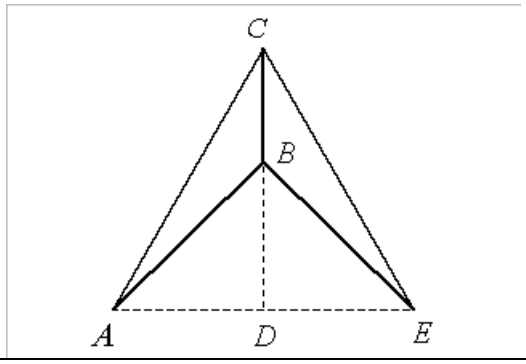
L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Wykonanie polecenia zadania. Odp. Równanie nie ma rozwiązań dla $m \in (-\infty, 0\rangle$; równanie ma 1 rozwiązanie dla $m \in (0, +\infty)$. *Po 1 punkcie za każdy z rozważonych przypadków.*	2
2.	Uzasadnienie odpowiedzi. Odp. Funkcja *g* określona wzorem $g(x) = f(x-1)$ jest funkcją różnowartościową. Zbiorem wartości	2

	funkcji g jest przedział $(0,+\infty)$. *Po 1 punkcie za każdy element uzasadnienia.*	

Zadanie 20.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Sprawdzenie, czy dla $n=1$ zachodzi dana równość. Odp. Lewa strona równości jest równa 2. Prawa strona jest równa $\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2$.	1
2.	Zapisanie założenia indukcyjnego. Odp. $2+5+8+...+(3k-1)=\frac{3}{2}k^2+\frac{1}{2}k$, gdzie k jest dowolną ustaloną liczbą naturalną większą lub równą 1.	1
3.	Zapisanie tezy indukcyjnej. Odp. $2+5+8+...+(3k-1)+(3k+2)=\frac{3}{2}(k+1)^2+\frac{1}{2}(k+1)$	1
4.	Przeprowadzenie dowodu tezy indukcyjnej. Odp. $2+5+8+...+(3k-1)+(3k+2)=\frac{3}{2}k^2+\frac{1}{2}k+(3k+2)=$ $=\frac{3}{2}k^2+3k+\frac{3}{2}+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}(k+1)^2+\frac{1}{2}(k+1)$	2
5.	Sformułowanie odpowiedzi. Odp. Na mocy zasady indukcji matematycznej dana równość jest prawdziwa dla każdej liczby całkowitej, dodatniej n.	1

Zadanie 21.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Wykonanie rysunku i wprowadzenie oznaczeń. Odp.  	1
2.	Zapisanie jaką bryłą jest bryła po obrocie danego trójkąta. Odp. Powstała bryła jest stożkiem z wyciętym stożkiem o tej samej podstawie. *Punkt przyznajemy także jeśli zaznaczony jest stożek na rysunku.*	1
3.	Wyznaczenie długości odcinka $\overline{AB}$. Z twierdzenia kosinusów	1

	$\left\|\overline{AB}\right\|^2 = \left\|\overline{AC}\right\| + \left\|\overline{BC}\right\| - 2\left\|\overline{AC}\right\| \cdot \left\|\overline{BC}\right\| \cos\angle ACB$. Odp. $\left\|\overline{AB}\right\| = 7$.	
4.	Wyznaczenie długości odcinka $\overline{AD}$. $\left\|\overline{AD}\right\| = \left\|\overline{AC}\right\| \cdot \sin\angle ACB$ Odp. $\left\|\overline{AD}\right\| = 4\sqrt{3}$.	1
5.	Wyznaczenie długości odcinka $\overline{CD}$. $\left\|\overline{CD}\right\| = \left\|\overline{AC}\right\| \cdot \cos\angle ACB$ Odp. $\left\|\overline{CD}\right\| = 4$.	1
6.	Obliczenie objętości powstałej bryły. $V = \frac{1}{3}\pi \left\|\overline{AD}\right\|^2 \cdot \left\|\overline{CD}\right\| - \frac{1}{3}\pi \left\|\overline{AD}\right\|^2 \cdot \left\|\overline{BD}\right\|$ Odp. 48π.	1
7.	Obliczenie pola powierzchni całkowitej. $P = \pi \left\|\overline{AD}\right\| \cdot \left\|\overline{AC}\right\| + \pi \left\|\overline{AD}\right\| \cdot \left\|\overline{AB}\right\|$ Odp. $60\sqrt{3}\pi$. *Jeśli wyznaczone zostało pole powierzchni bocznej tylko jednego stożka przyznajemy 1 punkt.*	2

Zadanie 22.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Zapisanie warunku jaki musi spełniać niewiadoma x. Odp. $\begin{cases} x > 0 \\ \log_3 x > 0 \\ \log_9 x > 0 \end{cases}$	1
2.	Wyznaczenie dziedziny równania. Odp. $x \in (1, +\infty)$.	1
3.	Zapisanie równania w postaci $\log_9(\log_9 x)^2 = \log_9(\log_3 x)$. *Za zastosowanie twierdzenia o zamianie podstaw – 1 punkt.*	2
4.	Zapisanie równania w postaci $(\log_9 x)^2 - \log_3 x = 0$.	1
5.	Zapisanie równania w postaci $(\log_9 x)^2 - 2\log_9 x = 0$.	1
6.	Wyznaczenie rozwiązań równania $(\log_9 x)^2 - 2\log_9 x = 0$. Odp. $x = 1$ lub $x = 81$. *Zapisanie w postaci* $(\log_9 x - 2)\log_9 x = 0$ *- 1 punkt.* *Zapisanie alternatywy:* $\log_9 x = 0$ *lub* $\log_9 x = 2$ *- 1 punkt.* *Wyznaczenie rozwiązań równania - 1 punkt.*	3
7.	Wyznaczenie rozwiązań równania $\log_3(\log_9 x) = \log_9(\log_3 x)$. Odp. $x = 81$.	1

Za prawidłowe rozwiązanie każdego z zadań inną od przedstawionej w schemacie punktowania metodą zgodną z poleceniem przyznajemy maksymalną liczbę punktów.