Matura 2023 - matematyka PR

Matura 2023 - matematyka PR - październik

#1 MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

Weź pod uwagę układ równań:

$$\begin{cases} x + my = 3 \\ mx + 4y = m \end{cases}$$

a) Ile jest różnych wartości parametru m, dla których układ jest sprzeczny.
(W przypadku gdy jest ich nieskończenie wiele wpisz 8+)

Odp: (1pkt)

b) Ile jest różnych wartości parametru m, dla których układ ma nieskończenie wiele rozwiązań?

Odp: (1pkt)

c) Podaj największą wartość parametru m, dla której rozwiązania układu spełniają nierówność
$x + 2y \geq 3$

(W przypadku, gdy taka liczba nie istnieje w miejsce odpowiedzi wpisz 8+)

Odp: (1pkt)

d) Podaj najmniejszą wartość parametru m, dla której rozwiązania układu spełniają nierówność
$x + 2y \geq 3$

(W przypadku, gdy taka liczba nie istnieje w miejsce odpowiedzi wpisz 8+)

Odp: (1pkt)

#2 MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

a) Oblicz: $2^{\log_3 5} \cdot 5^{\log_3 31{,}5} \cdot 7^{\log_3 0{,}6}$

Odp: (2pkt)

b) Oblicz: $2^{\log_3 5} - 5^{\log_3 2}$

Odp: (2pkt)

Wydział Elektrotechniki, Elektroniki, Informatyki i Automatyki

90-924 Łódź, ul. Stefanowskiego 18/22, budynek A10
tel. 42 631 25 00, fax 42 636 47 02, e-mail: deanelec@adm.p.lodz.pl, www.weeia.p.lodz.pl

#3 MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

Znajdź wielomian czwartego stopnia postaci: $x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, którego pierwiastkiem będzie $\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$

Odp:

b = [ ] (1pkt) ,

c = [ ] (1pkt) ,

d = [ ] (1pkt) ,

e = [ ] (1pkt) .

#4 MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

Wyznacz wszystkie liczby naturalne $n \in \mathbb{N}$, dla których wyrażenie $n^2 + 14n + 26$ jest kwadratem liczby naturalnej.

a) Ile jest takich wartości n?

Odp: [ ] (1pkt)

b) Podaj największą z nich

Odp: [ ] (1pkt)

c) Ile wówczas wynosi wartość $n^2 + 14n + 26$?

Odp: [ ] (1pkt)

#5 MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

Turnieju tenisowego rozgrywanego systemem każdy z każdym nie ukończyło dwóch graczy. Jeden z nich rozegrał tylko jeden mecz, a drugi dziesięć meczy.

a) Ilu zawodników przystąpiło do turnieju, jeżeli wiadomo, że rozegrano 55 meczy?

Odp: _____ (2pkt)

b) Czy zawodnicy, którzy nie ukończyli turnieju rozegrali ze sobą mecz?
(Jeśli TAK w odpowiedzi podaj 1, jeśli NIE w odpowiedzi podaj 0)

Odp: _____ (1pkt)

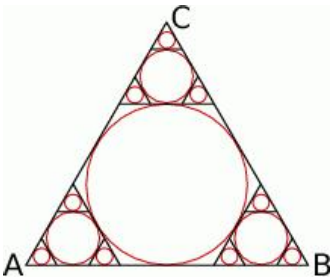
#6 MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

Z 4m drutu składamy trójkat równoboczny i okrąg. Oblicz długość boku takiego trójkąta i promień takiego okręgu, których suma pól jest możliwie najmniejsza. Przyjmij π=3,14 (Odpowiedź podaj z dokładnością do dwóch cyfr po przecinku)

Odp: bok trójkąta _____ m (1pkt), promień okręgu _____ m (1pkt)

#7 MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

W trójkąt równoboczny ABC o boku długości 1 wpisano koło. Prowadzimy proste równoległe do boków trójkąta ABC i styczne do koła wpisanego. Proste te odcinają od trójkąta ABC trzy trójkąty równoboczne. W każdy z nich wpisujemy koło i postępujemy analogicznie jak z kołem wpisanym w trójkąt ABC. Czynność tę powtórzono nieskończenie wiele razy. Oblicz sumę pól wszystkich otrzymanych w ten sposób kół.



Odpowiedź przedstaw w postaci: $a\pi$

Odp: a = _____ (3pkt)

#8 MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

Wyznacz równanie okręgu przechodzącego przez punkt A(2,1) i stycznego do obu osi układu współrzędnych. Rozważ wszystkie przypadki.

a) Ile jest takich okręgów?

Odp: (1pkt)

b) Podaj wartość odciętej środka największego z tych okręgów.

Odp: (1pkt)

c) Podaj promień najmniejszego z tych okręgów

Odp: (1pkt)

#9 MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

Współczynniki a,b,c,d wielomianu $W(x) = ax^3 - bx^2 - cx + d$ tworzą w podanej kolejności ciag arytmetyczny o różnicy r. Wiadomo, że $ar > 0$.

a) Ile pierwiastków ma ten wielomian ?

Odp (2pkt)

b) Czy wielomian ten posiada pierwiastki całkowite? Jeśli TAK wpisz 1, jeśli NIE wpisz 0, jeśli NIE WIADOMO wpisz 0,5

Odp: (2pkt)

#10 MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

Weź pod uwagę równanie: $4sin^2x \cdot sin\frac{x}{2} \cdot cos\frac{x}{2} - 2ksin^2x - 2sin\frac{x}{2} \cdot cos\frac{x}{2} + k = 0$

gdy $x \in [-\pi, 2\pi]$ natomiast $k \in R$

a) Ile wynosi największa możliwie liczba rozwiązań tego równania?

Odp: _____ (1pkt)

b) Ile wynosi najmniejsza możliwa liczba rozwiązań tego równania?

Odp: _____ (1pkt)

c) Ile jest rozwiązań tego równania dla k = 1/3

Odp: _____ (1pkt)

#11 MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

Pięć ponumerowanych kul wkładamy losowo do pięciu ponumerowanych szuflad.

a) Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że przynajmniej jedna szuflada jest pusta. Odpowiedź podaj w postaci ułamka zwykłego.

Odp: licznik/mianownik: _____ / _____ (2pkt)

b) Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia takiego, że w każdej szufladzie znajdują się co najwyżej dwie kule i przynajmniej jedna szuflada jest pusta. Odpowiedź podaj w postaci ułamka zwykłego.

Odp: licznik/mianownik: _____ / _____ (2pkt)

c) Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że w każdej szufladzie znajdują się co najwyżej dwie kule, jeśli wiadomo, że przynajmniej jedna szuflada jest pusta. Odpowiedź podaj w postaci różnicy pomiędzy mianownikiem i licznikiem ułamka zwykłego.

Odp: mianownik-licznik _____ (1pkt)

#12 MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

Wiedząc, że równanie $x^2 + 2(1 + a)x + 3a^2 + 4ab + 4b^2 + 2 = 0$ da się rozwiązać znajdź wartości a,b.

Odp: a = [ ] (3pkt) b = [ ] (2pkt)

#13 MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

Obwód prostokąta wynosi 6.

a) Jaką długość powinny mieć boki prostokąta, aby objętość bryły powstałej przez obrót prostokąta dookoła jednego z boków była największa? (Niech długości boków spełniające warunki wynoszą a,b takie, że $a \leq b$).

Odp: a = [ ] (3pkt) b = [ ] (3pkt) .

b) Podaj maksymalną objętość tej bryły. Odpowiedź podaj w postaci $c\pi$.

Odp: c = [ ] (1pkt)