CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin ósmoklasisty**
Przedmiot:	**Matematyka**
Forma arkusza:	OMAP-100, OMAP-200, OMAP-400, OMAP-500
Termin egzaminu:	Termin dodatkowy – 17 czerwca 2021 r.

Warszawa 2021

Uwagi:
Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne, spełniające warunki zadania.

Zadanie 1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021[1]	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) odczytuje i interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych. XI. Obliczenia procentowe. Uczeń: 5) stosuje obliczenia procentowe […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 12) porównuje ułamki (zwykłe i dziesiętne).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 3. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie	II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 7) rozpoznaje liczby podzielne przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100.

[1] Załącznik nr 1 do rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 20 marca 2020 r. w sprawie szczegółowych rozwiązań w okresie czasowego ograniczenia funkcjonowania jednostek systemu oświaty w związku z zapobieganiem, przeciwdziałaniem i zwalczaniem COVID-19 (Dz.U. poz. 493, z późn. zm.).

pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 12) porównuje ułamki (zwykłe i dziesiętne).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
BD

Zadanie 4. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 2. Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności rozwiązania.	V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 3) wykonuje nieskomplikowane rachunki, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 5. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	VII. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 3) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
BD

Zadanie 6. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Sprawności rachunkowa.	V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń:

1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	9) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych, wymagających stosowania działań arytmetycznych na liczbach całkowitych lub liczbach zapisanych za pomocą ułamków zwykłych, liczb mieszanych i ułamków dziesiętnych, także wymiernych ujemnych […]. VIII. Pierwiastki. Uczeń: 1) oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
E

Zadanie 7. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 5) stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność dodawania i mnożenia oraz rozdzielność mnożenia względem dodawania.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PP

Zadanie 8. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	XI. Obliczenia procentowe. Uczeń: 5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym […].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A2

Zadanie 9. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Rozumowanie i argumentacja. 2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.	III. Liczby całkowite. Uczeń: 3) wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych. XII. Zadania tekstowe. Uczeń: 3) dostrzega zależności między podanymi informacjami.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
AC

Zadanie 10. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą […]

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 11. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	XX. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń:

2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na [...] losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 12. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XVII. Wielokąty. Uczeń: 4) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków. 5) stosuje wzory na pole trójkąta, kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu, przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych, w tym także dla danych wymagających zamiany jednostek i w sytuacjach z nietypowymi wymiarami, [...].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PP

Zadanie 13. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	XVII. Wielokąty. Uczeń: 4) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 14. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XIX. Geometria przestrzenna. Uczeń: 1) rozpoznaje […] ostrosłupy […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 15. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XIX. Geometria przestrzenna. Uczeń: 4) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów i ostrosłupów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PF

Zadania otwarte

Uwaga

- **Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.**
- **Za każde inne niż przedstawione poprawne rozwiązanie przyznaje się maksymalną liczbę punktów.**
- **Jeśli na dowolnym etapie rozwiązania zadania uczeń popełnił jeden lub więcej błędów rachunkowych, ale stosuje poprawne sposoby obliczania, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.**
- **Jeżeli w zadaniach 16., 17., 18. i 19. uczeń podaje tylko poprawny końcowy wynik, to otrzymuje 0 punktów.**
- **W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych kryteriów oceniania dopuszcza się:**
    1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6 – 9, ...)
    2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
    3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
    4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe)
    5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
    6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
    7. niekończenie wyrazów
    8. problemy z zapisywaniem jednostek (np. $^{\circ}$C – OC, ...)
    9. błędy w przepisywaniu
    10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
    11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np. x^2 – x2, m^2 – m2, ...).

Zadanie 16. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XIII. Proporcjonalność prosta. Uczeń: 2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, na przykład wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru, ilość zużytego paliwa w zależności od liczby przejechanych kilometrów, liczby przeczytanych stron książki w zależności od czasu jej czytania.

Zasady oceniania

2 punkt – pełne rozwiązanie
uzasadnienie, że mąka nie zmieści się w tym pojemniku

1 punkt
poprawny sposób obliczenia masy mąki, która wypełnia 2-litrowy pojemnik
lub
poprawny sposób obliczenia objętości 1,5 kg mąki
lub
poprawny sposób obliczenia największej liczby szklanek mąki, która zmieści się w 2-litrowym pojemniku oraz liczby szklanek, które można wypełnić mąką o masie 1,5 kg
lub
poprawny sposób zapisania stosunków objętości i masy (sposób IV)

0 punktów
rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Przykładowe rozwiązania

I sposób
Obliczamy, masę 2 litrów mąki: 250 ml – 150 g
1000 ml – 600 g
2000 ml – 1200 g
Zauważamy, że w pojemniku mieści się tylko 1,2 kg mąki.

Odpowiedź: Mąka nie zmieści się w pojemniku, jest jej za dużo.

II sposób
Obliczamy objętość 1,5 kg mąki: 250 ml – 150 g
2500 ml – 1500 g
Zauważamy, że w mąka zmieści się w pojemniku o objętości co najmniej 2,5 litra.

Odpowiedź: Mąka nie zmieści się w pojemniku, pojemnik jest za mały.

III sposób
2 l = 2000 ml
2000 : 250 = 8
2 l to 8 szklanek

1,5 kg = 1500 g
1500 : 150 = 10
1,5 kg to 10 szklanek
8 < 10

Odpowiedź: Mąka nie zmieści się w pojemniku.

IV sposób
$\frac{2}{1,5}$ *i* $\frac{250}{150}$
$\frac{4}{3}$ *i* $\frac{5}{3}$ lub $0,3$ *i* $0,375$
$\frac{4}{3} < \frac{5}{3}$ lub $0,3 < 0,375$

Odpowiedź: Mąka nie zmieści się w pojemniku, pojemnik jest za mały.

Zadanie 17. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi.

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia liczby osób w zespole, prawidłowe obliczenia oraz prawidłowy wynik (24)

2 punkty
poprawny sposób obliczenia liczby osób w zespole
lub
sprawdzenie co najmniej dwóch przypadków z zachowaniem warunków zadania

1 punkt
zapisanie wyrażeń (jednej zmiennej) opisujących liczbę dziewcząt i liczbę chłopców na próbie
lub
sprawdzenie co jednego przypadku z zachowaniem warunków zadania

0 punktów
rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Przykładowe rozwiązania

I sposób
x – liczba chłopców w zespole
2x – liczba dziewcząt w zespole
$x - 2 = 0{,}4(2x - 1)$
$x - 2 = 0{,}8x - 0{,}4$
$0{,}2x = 1{,}6$
$x = 8$ – liczba chłopców
$2x = 16$ – liczba dziewcząt

Odpowiedź: Zespół składa się z 24 osób.

II sposób
x – liczba dziewcząt na próbie
$0{,}4x$ – liczba chłopców na próbie
$2 \cdot (0{,}4x + 2) = x + 1$
$0{,}8x + 4 = x + 1$
$0{,}2x = 3 \quad | \cdot 5$
$x = 15$ – liczba dziewcząt na próbie
15 + 1 = 16 – liczba dziewcząt w zespole
16 : 2 = 8 – liczba chłopców w zespole

Odpowiedź: Zespół składa się z 24 osób.

III sposób

liczby w zespole	liczby na próbie
dz. – 6, chł. – 3	dz. – 5 chł. – 1 20% – nie
dz. – 12, chł. – 6	dz. – 11 chł. – 4 ≠ 40% – nie
dz. – 14, chł. – 7	dz. – 13 chł. – 5 ≠ 40% – nie
dz. – 16, chł. – 8	dz. – 15 chł. – 6 = 40% – tak

16 + 8 = 24

Odpowiedź: Zespół składa się z 24 osób.

Zadanie 18. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	VI. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 7) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i czasie, prędkość przy danej drodze i czasie, czas przy danej drodze i prędkości oraz stosuje jednostki prędkości km/h i m/s.

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia prędkości, prawidłowe obliczenia oraz prawidłowy wynik ($57\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$)

1 punkt
poprawny sposób obliczenia prędkości

0 punktów
rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Przykładowe rozwiązania

I sposób
38 km to 40 minut
19 km to 20 minut
57 km to 60 minut

Odpowiedź: Średnia prędkość przewidywana przez nawigację to $57\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

II sposób

$40\,\text{min} = \frac{2}{3}\text{h}$

$v = \frac{s}{t}$

$v = \frac{38}{\frac{2}{3}} = 57\ (\frac{\text{km}}{\text{h}})$

Odpowiedź: Średnia prędkość przewidywana przez nawigację to $57\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Zadanie 19. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	XVII. Wielokąty. Uczeń: 5) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu, a także do wyznaczania długości odcinków. XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 6) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa […].

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia pola równoległoboku, prawidłowe obliczenia oraz prawidłowy wynik (120 cm²)

2 punkty
poprawny sposób obliczania pola równoległoboku

1 punkt
poprawny sposób obliczenia wysokości równoległoboku

0 punktów
rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Uwaga:
Nie oceniamy jednostek.

Przykładowe rozwiązania

I sposób
Pole równoległoboku jest cztery razy większe niż pole trójkąta *AED*.
$24 \cdot |DE| = 4 \cdot |AE| \cdot |DE| : 2$
$|AE| = 12$ cm

W trójkącie prostokątnym *AED* mamy:
$|DE|^2 + 12^2 = 13^2$
$|DE| = 5$ cm
$P_{ABCD} = 24 \cdot 5 = 120$ (cm²)

Odpowiedź: Pole równoległoboku jest równe 120 cm².

II sposób
$$\frac{P_{AED}}{P_{ABCD}} = \frac{1}{4}$$
$$\frac{P_{AED}}{P_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2}|AE| \cdot |DE|}{|AB| \cdot |DE|}$$
$$\frac{1}{4} = \frac{\frac{1}{2}|AE| \cdot |DE|}{24 \cdot |DE|}$$
$|AE| = 12$ cm

W trójkącie prostokątnym *AED* mamy:
$|DE|^2 + 12^2 = 13^2$
$|DE| = 5$ cm
$P_{ABCD} = 24 \cdot 5 = 120$ (cm²)

Odpowiedź: Pole równoległoboku jest równe 120 cm².